GÖTEBORGS UNIVERSITET

INSTITUTIONEN FÖR DIDAKTIK OCH PEDAGOGISK PROFESSION

LÄRARES FRÅGOR I MATEMATIKKLASSRUMMET

Christina Skodras

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	PDA 463
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt 2017
Handledare:	Cecilia Kilhamn
Examinator:	Angelika Kullberg
Rapport nr:	VT17-2930-PDA463-001

Abstract

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	PDA 463
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt 2017
Handledare:	Cecilia Kilhamn
Examinator:	Angelika Kullberg
Rapport nr:	VT17-2930-PDA463-001
Nyckelord:	Frågor, Matematikdiskussion, Matematisering, Serier sammanlänkade uppgifter, Contexts for learning mathematics, Socialkonstruktivism

Studiens syfte är att undersöka fyra lärares bidrag i helklassinteraktion för att ta reda på vilka möjligheter till matematiserande som skapas av de frågor läraren ställer när de undervisar i matematik.

Studien har en socialkonstruktivistisk utgångspunkt där samverkan mellan det sociala och psykologiska perspektivet har en central roll i hur lärares frågor och svar hanteras i analysen. För att undersöka frågorna som lärarna ställer i matematikklassrummet har ett specifikt analysverktyg använts. Analysverktyget är framtaget av Cunningham (1987) och handlar om forskning om frågor.

Eftersom det är fenomenet frågor som undersöks använder sig studien av en kvalitativ metod där fyra videoinspelade lektioner, har transkriberats och analyserats. Lektionerna fångar upp undervisning som innehåller helklassinteraktion kring en serie sammanlänkade uppgifter. Lärarna i respektive lektion utgår från en serier sammanlänkade uppgifter. Uppgifterna i varje serie är uppbyggda genom systematisk variation där det finns en progression. Alla serier har en koppling till lärarhandledningen *Contexts for learning mathematics*[1] där upplägget är att serierna ska genomföras i helklass med läraren som vägledare. Analysen belyser vilka olika typer av frågor de fyra lärarna ställt, vilken funktion de har samt om det finns någon progression i lärarnas frågor som kan kopplas till de sammanlänkade uppgifternas uppbyggnad.

Resultatet visar att lärarna ställer olika typer av frågor, på olika kognitiva nivåer -låg respektive hög nivå. Både frågorna på den låga respektive höga kognitiva nivån förefaller vara viktiga men det är bara frågorna på den höga kognitiva nivån som ger eleverna möjlighet att matematisera, till exempel genom att resonera. Undersökningen visar att alla lärares frågor har en progression som går hand i hand med progressionen i serien sammanlänkade uppgifter.

[1] *Context for learning mathematics* är en lärarhandledning med matematiska kontexter som främjar en djup begreppsmässig förståelse av grundläggande matematiska idéer, strategier och modeller som ges ut i USA. Materialet har arbetats fram av professor Cathrine Fosnot och hennes kollegor (Mathematics in the City i New York) i samarbete med Maarten Dolk (Freudentalinstitutet).

Innehåll

1. Inledning

> What kinds of questions do you ask? Have you thought about it? Do you think it is important enough to contemplate? What have you done about it? Are you satisfied with the answers you get to your questions? You were just asked a number of questions. Each question asks for a very different response. Each question probably caused you to think in a different way. Did you recognize the differences? Like some things in life, the differences can be subtle; like other things in life, a little bit of difference is terribly important. Hooray, for the "little bit of difference"! How you ask and present questions can make a difference to your students and can have a positive impact on student learning. (Cunningham, 1987, s. 67)

Cunninghams citat ovan inleds med *vilken typ av fråga ställer du*? Man kan fundera på vad detta innebär för undervisningen i allmänhet och matematikundervisningen i synnerhet. Precis som i all annan undervisning så ställer läraren frågor till eleverna även i matematikundervisningen. Vilken fråga som ställs kan påverka elevernas lärande, menar Cunningham (1987), vilket ringar in de funderingar som denna studie bygger på. Intresset för hur lärare ställer frågor uppkom efter att ha avslutat ett annat arbete (Skodras, 2015) som handlade om fem olika serier sammanlänkade uppgifter ur läromedlet *Contexts for learning mathematics.* Läromedlet består av böcker och CD-skivor med videoinspelade lektioner. Här används begreppet lektion för att beskriva den undervisning som innehåller helklassinteraktion kring en serie sammanlänkade uppgifter. Interaktion kring en sådan serie kallas för en lektion. Materialet är ett resultat av det samarbete professor Cathrine Fosnot och hennes kollegor i Mathematics in the City i New York haft med Marten Dolk på Freudenthalinstitutet. Läromedlet vilar på matematikdidaktikern Freudenthals idéer om Realistic Mathematics Education (RME). Skodras (2015) uppsats handlade om att analysera de uppgifter som ingick i de fem serierna sammanlänkade uppgifter och vad dessa gav eleverna möjlighet att lära sig. En serie sammanlänkade uppgifter är uppgifter som är konstruerade på så sätt att något varierar och annat är konstant i relation till föregående uppgift. En serie kan ha allt ifrån tre till nio uppgifter som hör ihop. Exempel ur en serie sammanlänkade uppgifter är uppgifterna 2 ∙ 5, 1 ∙ 5, 3 ∙ 5 (Skodras, 2015 s. 24). Dessa tre uppgifter är sammanlänkade då det finns en systematisk variation. Den första faktorn varierar på ett sådant sätt att den tredje uppgiften kan lösas med hjälp av de två första uppgifterna eftersom det finns en koppling mellan de tre uppgifterna. Serien har dessutom en progression[2] där de inledande uppgifterna i serien är enklare än de sista uppgifterna i samma serie. I Skodras (2015) arbete handlade alla fem serier sammanlänkade uppgifter om multiplikation och dessa serier undervisades av samma lärare i samma klass. Nya funderingar som uppkom efter arbetet var vilken typ av frågor läraren ställt i relation till serierna sammanlänkade uppgifterna. Har det betydelse vilka typer av frågor som ställs? Finns det en progression i frågorna precis som i serierna sammanlänkade uppgifter?

[2] En övergripande beskrivning av seriens progression ges längre fram i texten.

2011 trädde den nya läroplanen med tillhörande kursplaner i kraft. Ett av syftena i kursplanen i matematik är att eleverna ska utveckla förmågan att ”kommunicera om och med matematik” (Skolverket, 2011 s. 11) vilket skrivs fram på följande vis:

> Att kommunicera innebär i sammanhanget att utbyta information med andra om matematiska idéer och tankegångar, muntligt, skriftligt och med hjälp av olika uttrycksformer. I undervisningen får eleverna möjlighet att utveckla ett alltmer precist matematiskt språk, för att därigenom kunna anpassa sina samtal och redogörelser till olika mottagare eller ändamål. Först när eleverna har utvecklat förmågan att kommunicera matematik kan matematiken utvecklas till ett funktionellt verktyg i olika sammanhang. (ibid. s. 11)

Undervisningen ska alltså möjliggöra för eleverna att bland annat sätta ord på sina tankar om matematiska idéer. Begreppet kommunicera inbegriper även att resonera enligt Skolverket (2011):

> ”… ytterligare aspekt av matematikens kommunikativa karaktär är att kunna föra resonemang. En del av att kunna föra ett resonemang innebär att utveckla en förståelse för att matematiska samband är konstruerade, och att de därför också kan ”återupptäckas” genom att man resonerar sig fram. (ibid. s.11)

Matematikundervisningen ska främja elevernas möjlighet att förstå hur matematiska samband är konstruerade och hur dessa kan, som Skolverket (2011) skriver, *återupptäckas*. Att återupptäcka matematiken är inget nytt fenomen då detta skrevs fram av den tyske matematikdidaktikern Hans Freudenthal (1968; 1971) redan fyrtio år tidigare. Freudenthal skrev då om g*uided reinvention* (vägledd återupptäckt, egen översättning). Vägledningen ska leda till en aktivitet där eleverna ges möjlighet att uppleva sitt lärande som en process (Gravemeijer, 2008). Författaren skriver att lärarens roll är att använda elevernas informella lösningar och förklaringar som utgångspunkt för att återupptäcka matematiken. På så sätt kan elevernas första steg till att resonera bli startpunkten för återupptäckandesprocessen. Aktiviteten som är knuten till en process kallar Freudenthal (1968; 1971) för *mathematizing*, som i denna studie kommer att kallas för matematisering. Gravemeijer (2008) skriver följande om matematisering:

> /…/ mathematizing, however, requires them to be interested in the mathematical aspects, for mathematics sake. This mathematical interest may not come naturally but has to be cultivated by the teacher by asking questions such as: What is the general principle here? Why does this work? Does it always work? Can we describe it in a more precise manner? We may assume that the teacher can foster the students’ mathematical interest by making mathematical questions a topic of conversation, and showing a genuine interest in the students’ mathematical reasoning. (ibid., s. 289).

Författaren poängterar att det matematiska intresset bör utvecklas genom lärarens frågor. Frågorna ska ge eleverna möjlighet att matematisera, till exempel genom att resonera matematiskt. Detta för oss till studiens intresse av frågor.

Det finns många studier om hur lärare ställer frågor i undervisningen både allmänt och mer matematikspecifikt (se till exempel Boaler & Brodie, 2004; Hiebert & Wearne, 1993; Kawanaka & Stigler, 1999; Lampert, 1990). Forskningen visar att det finns olika typer av frågor som ger möjlighet att utveckla olika förmågor hos eleverna beroende på vad frågorna fokuserar på.

Kommunikation är ett vitt begrepp som det finns mycket forskning om, där begreppet delvis ges olika definition och innebörd. Här används begreppet endast för att ringa in området. Studien intar den *meningsskapande synen på kommunikation* (Olteanu, 2016) där kommunikation ses som en gemensam aktivitet där mottagare och sändare ”påverkar och påverkas av varandra” (ibid. s. 18). Klassrumskommunikationen bidrar till att vidga de matematiska idéerna hos både mottagaren och sändaren (Hufferd-Ackles, Fuson & Sherin, 2004).

Studien avser att ta reda på vilka möjligheter till matematiserande som skapas av de frågor lärarna ställer när de arbetar med serier sammanlänkade uppgifter, ur läromedlet *Contexts for learning mathematics*. Den aspekt av interaktionen som studien är intresserad av och vill analysera är den muntliga kommunikationen, utifrån serierna, som äger rum i det lärardrivna matematikklassrummet. Beroende på resultatet skulle det vara av intresse att diskutera om dessa frågor skulle kunna fungera i en svensk kontext i enlighet med våra styrdokument. Förhoppningen är att studien kan vara starten för en vidare diskussion kring hur lärare skulle kunna hjälpa elever att kommunicera matematiska idéer och hur de kan få möjlighet att återupptäcka dessa.

1.1 Syfte och forskningsfrågor

Studiens syfte är att undersöka lärares bidrag i helklassinteraktion för att ta reda på vilka möjligheter till matematiserande som skapas av de frågor lärarna ställer när de undervisar i matematik. För att undersöka detta kommer fyra lärare som arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter ur läromedlet *Contexts for learning mathematics* att studeras. I interaktionen är det de frågor läraren ställer som studeras, men frågorna ställs i interaktion med eleverna (9-13 år) och påverkas därför av elevernas agerande. Studien strävar efter att besvara följande frågor:

1. Vilken typ av frågor ställer lärare i helklassinteraktion när de arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter?
2. Vilken funktion fyller dessa frågor?
3. Hur förhåller sig frågorna i relation till uppgifterna i serien?

2. Bakgrund och teoretisk inramning

2.1 Syn på lärande

De senaste decennierna har en diskussion inom den matematikdidaktiska forskningen förts om att lärandet har förskjutits från ett tillägnande till ett deltagande perspektiv (Skott, Jess, Hansen & Lundin, 2010). Här beskrivs dessa två inriktningar övergripande för att ge en bakgrund till val av teori som studien vilar på.

Det tillägnande perspektivets utgångspunkt är att individen lär sig matematik med en individuell förståelse. Denna syn på lärande vilar på en konstruktivistisk kunskapsteori där lärarens roll är att erbjuda erfarenheter som eleven kan ta till sig och skapa egen mening av (Cobb, 1994; Skott et al., 2010). Den radikala konstruktivismens syn på kunskap innebär att individens kunskaper inte byggs upp passivt utan aktivt genom erfarenheter, därmed skapar varje individ sin egen verklighet, som innebär att kunskap tas emot och upplevs på olika sätt av olika individer (Skott et al., 2010).

Fram till slutet av 1980-talet fokuserade teorier om lärande på individen (Lerman, 2000). Ett skifte skedde under denna period i det matematikdidaktiska forskningsfältet som Lerman kom att kalla för ”the social turn” (ibid. s. 23). Han skriver att perioden innan ”the social turn” inte handlade om att de tidigare teorierna hade ignorerat den sociala aspekten, utan att den istället signalerade något annat, det vill säga:

> ”the emergence into the mathematics education research community of theories that see meaning, thinking and reasoning as products of social activity. This goes beyond the idea that social interactions provide a spark that generates or stimulates an individual´s internal meaning making activity” (Lerman, 2000 s. 23)

Skiftet innebar en förändring från att först betraktat individens meningsskapande som ett inre, mentalt, fenomen till att se mening som produkt av en social aktivitet (Skott et al., 2010). Att ha den sociala kontexten i förgrunden när man pratar om lärande brukar kopplas till det sociokulturella perspektivet (Säljö, 2000). Det sociokulturella perspektivet ser lärandet som en gemensam konstruktion där språket spelar en mycket central roll, och är ett redskap för att förstå världen (Säljö, 2000).

De två perspektiven om lärande, som har beskrivits ovan, har Cobb (1994) försökt sammanfläta. Han menar att ”Each of the two perspectives, the sociocultural and the constructivist, tells half of a good story, and each can be used to complement the other” (Cobb, 1994, s. 17). Detta innebär att båda perspektiven kan bidra med viktiga aspekter i matematikundervisningen (Skott et al., 2010). Enligt socialkonstruktivismen är individen beroende av sociala sammanhang. Lärandet inom det socialkonstruktivistiska perspektivet ses som en process, där interaktion och delade erfarenheter är viktiga (Skott et al., 2010). Cobb (1994) menar vidare att det socialkonstruktivistiska perspektivet därmed förenar det tillägnande och det deltagande perspektivet. Han skriver att matematiskt lärande bör ses dels som en individuell matematisk process och dels som en fostran i en allmän matematisk gemenskap. Skott et al. (2010) förtydligar att *fostran i en allmän matematisk gemenskap* innebär, ”att ’föra sig’ i undervisningen i fråga, både allmänt och mer matematiskt.” (s. 125).

2.1.1 Cobb och Yackels analysverktyg

Cobb och Yackel (1996) har, utifrån socialkonstruktivismen, utvecklat ett analysverktyg för att kunna studera matematikklassrum. Författarnas analysverktyg innefattar två perspektiv; det sociala perspektivet och det psykologiska perspektivet. Det sociala perspektivet fokuserar på det normgivande i ett *klassrum,* så som olika sätt att agera, resonera och argumentera medan det psykologiska perspektivet fokuserar på *den enskilda elevens* resonemang (Cobb et al., 2001). Detta kan sammanfattas med att det sociala perspektivet ger möjlighet att förstå de villkor som finns i klassrummet, vilka genererar ett lärande, medan det psykologiska perspektivet ger möjlighet att förstå den enskilde elevens individuella agerande och lärande. Dessa perspektiv samverkar och är beroende av varandra – relationen mellan dem är, som de lyfter fram, reflexiv.

> /…/ clarify that we take the relation between the social and the psychological perspectives to be one of reflexivity. This is an extremely strong relationship that does not merely mean that the two perspectives are interdependent. Instead it implies that neither perspective exists without the other in that each perspective constitutes the background against which mathematical activity is interpreted from the other perspective. (s. 64)

Cobb, Stephan, McClain och Gravenmaijer (2001) menar att både det sociala och det psykologiska perspektivet behövs i matematikundervisningen. Perspektiven delas in i tre nivåer (Cobb & Yackel, 1996), se tabell 1 nedan.

Tabell 1: Det sociala och psykologiska perspektivet (Skott et al., 2010, s. 124.)

Det sociala perspektivet	**Det psykologiska perspektivet**
1. Sociala normer i klassrummet	2. Föreställningar om ens egen roll och andras roll i klassrummet och om den allmänna karaktären hos matematisk aktivitet
3. Sociomatematiska normer	4. Föreställningar om och värden förbundna med matematik och matematisk aktivitet.
5. Klassrummets matematiska praxis	6. Matematiska begrepp och aktiviteter

Reflexiviteten gäller på varje nivå. Här nedan presenteras nivåerna utifrån det sociala perspektivet. Första nivån, de sociala normerna i klassrummet, kan skilja sig från klassrum till klassrum. Normer karaktäriseras av en regelbundenhet som upprättas tillsammans av läraren och eleverna, det vill säga vad som förväntas sägas och göras i just detta klassrum (Cobb et al., 2001). Ett exempel på sociala normer, som författarna lyfter fram, är på vilket sätt och vem som får möjlighet att *förklara och motivera en lösning*. Nästa nivå, de sociomatematiska normerna, är mer inriktad på den matematiska aktiviteten. Författarnas exempel på nivån avser dels *vad som räknas som en bra förklaring*, dels vad som räknas som *en bra matematisk* *förklaring*. Den tredje nivån, klassrummets matematiska praxis, skiljer sig från de två övriga normerna då den är mer ämnesspecifik, det vill säga att *klassen gemensamt utvecklar sin matematik* (Cobb et al., 2001). Med att utveckla sin matematik menar författarna de matematiska idéerna inom ett specifikt matematisk område. De skriver att: "Classroom mathematical practices, in contrast, focus on the taken-as-shared ways of reasoning, arguing, and symbolizing established while discussing particular mathematical ideas." (Cobb et al., 2001, s. 126). Det sociala perspektivet påverkar det psykologiska perspektivet och tvärt om på alla nivåer. De sociala normerna påverkar elevernas individuella föreställningar och deltagande och tvärt om, de sociomatematiska normerna påverkar hur eleverna ser på matematiken och vad som utgör ett matematiskt resonemang och elevernas föreställningar påverkar vilka sociomatematiska normer som kommer att etableras. Den matematiska praxisen påverkar elevernas matematiska förståelse, och reflexivt påverkar elevernas förståelse vilken slags praxis som etableras i matematikklassrummet (Skott et al., 2010).

Då föreliggande studies intresse är vilka frågor läraren ställer i matematikklassrummet kommer klassrummets matematiska praxis vara i *förgrunden*. Att arbeta med en serie sammanlänkade uppgifter skapar en viss typ av aktivitet, där lärarens roll är att leda samtal som innehåller matematiska resonemang och där matematiken representeras gemensamt. Interaktionen i helklass utvecklas till en matematisk praxis, som styrs av de normer som råder. Eftersom det sociala och det psykologiska perspektivet är reflexivt beroende av varandra, kommer lärarens agerande och sätt att ställa frågor i interaktionen att vara beroende av elevernas svar och tvärt om. Hur eleverna svarar på frågorna beror dels på deras förståelse för matematiken och dels på den föreställning de har om sin roll i det matematiska samtalet. Det psykologiska perspektivet som avser elevernas förståelse för matematiska begrepp och aktiviteter blir därmed viktigt i analysen, men kommer att vara i bakgrunden när resultatet presenteras eftersom forskningsfrågan fokuserar lärarens frågor.

2.2 Att kunna matematik – vad är det?

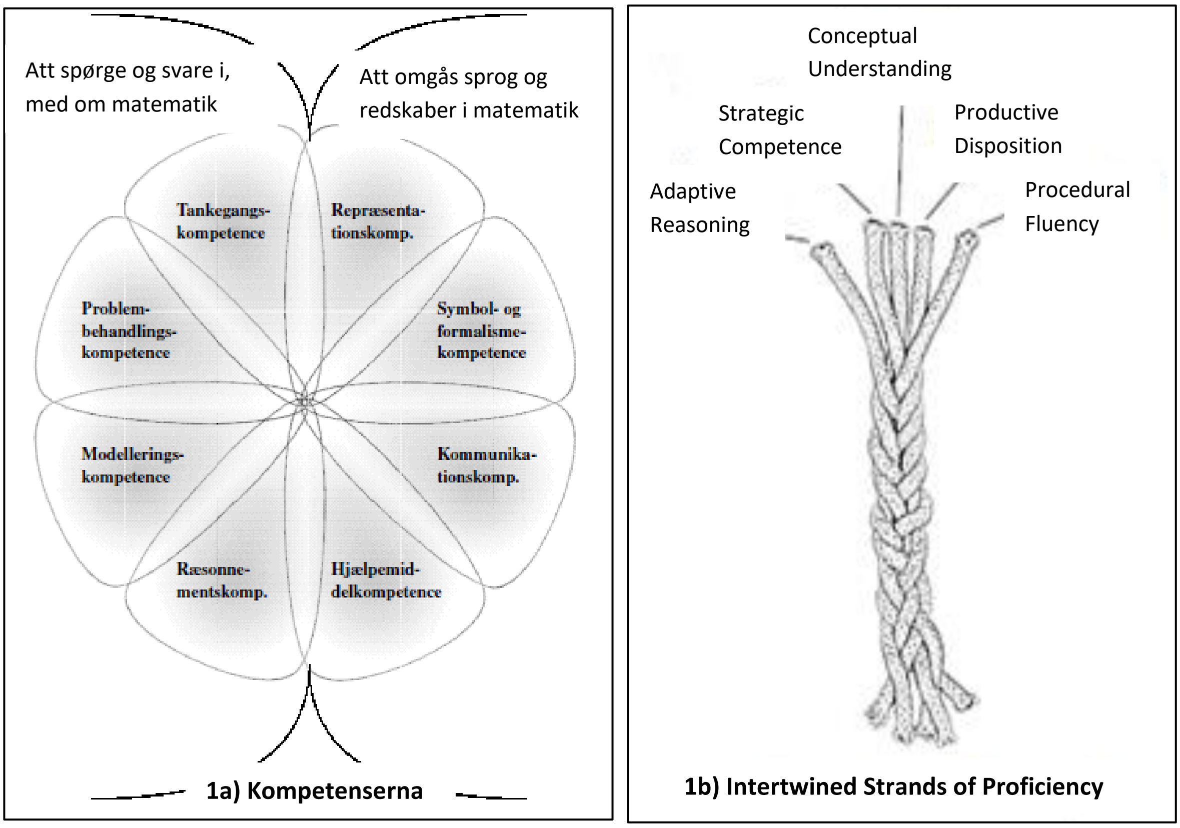
I detta avsnitt diskuteras vad det innebär att kunna matematik. Detta diskuteras utifrån begreppet matematisering och den rådande kursplanen i matematik.

Som tidigare nämnts ser matematikdidaktikern Freudenthal matematiken som en aktivitet. Begreppet matematisering använder han för att beskriva en process snarare än en slutprodukt (Freudenthal, 1968, 1971). Fokus ligger på att aktiviteten ska ge möjlighet att organisera och systematisera snarare än att generera en slutprodukt (Freudenthal, 1968). Exempel på vad inom matematiken som kan systematiseras är (Skott et al., 2010, s. 354–355):

- Att finna likheter och skillnader mellan situationer och sätt att hantera dem
- Att generalisera frågor, metoder och lösningar
- Att använda symboler för att beskriva och hantera fenomen
- Att ställa upp definitioner
- Att vidareutveckla metoder så att de får karaktären av algoritmer
- Att finna, förstå och förklara mönster

- Att utveckla och använda formler
- Att bevisa
- Att axiomatisera

Denna förflyttning i synen på matematiskt kunnande, från produkt till process, kan även skönjas i två stora reformer, en i Danmark och en i USA. Ungefär tio år tidigare än den nuvarande svenska läroplanen (Lgr11), gav projektgruppen i KOM-projektet ut rapporten *Kompetencer och Matematiklæring*, (Niss & Höjgaard-Jensen, 2002). Rapporten lyfter fram att eleverna behöver utveckla *kompetenser* vilket skulle kunna likställas med våra förmågor. Niss och Höjgaard-Jensen (2002) delar in kompetenserna i två områden: *Kunna fråga och svara* och *Kunna hantera matematikens språk och redskap.* Kompetenserna ska ses som en helhet med en inbördes relation (se figur 1a). Matematikkompetens innebär enligt rapporten att ha förståelse för, kunskap om, förmåga att använda och att kunna ta ställning till matematik.



Figur 1.
Den vänstra figuren (1a) visar hur Niss och Höjgaard-Jensen (2002 s. 45) illustrerar *Kompetenserna* och den högra figuren (1b) visar hur Kilpatrick, Swafford och Findell (2001 s. 5b) illustrerar *Trådarna.*

Något år innan KOM-rapporten gavs *Adding it up* ut i USA (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Författarna till *Adding it up* illustrerar matematikkunnandet med trådar vilka symboliserar olika komponenter: begreppsförståelse, procedurförmåga, problemlösnings-förmåga, resonemangsförmåga och positiv inställning till matematik. Dessa fem komponenter ramar in vad författarna tror är nödvändigt för att någon ska lära sig matematik framgångsrikt (Kilpatrick et al., 2001). Precis som Niss och Höjgaard-Jensen (2002) menar även Kilpatrick et al. (2001) att komponenterna är beroende av varandra och representeras därför som sammanflätade trådar (se figur 1b ovan).

Det förefaller som om *KOM-rapporten* och *Adding it up* har influerat den svenska läroplanen dels genom hur kunskaperna i matematik kategoriseras, dels genom att det skett en förflyttning i synen på vad eleverna ska kunna, från produkt till process. Liknande förändringar märks även i andra delar av världen, så som i Kina, där kommunikation i matematik får allt större utrymme i läroplansreformerna. Li & Ni (2009) menar att läroplansreformen i Kina bland annat har fokus på att ge eleverna möjlighet att utveckla förmågan att förklara och klargöra sitt resonemang. Detta innebär att eleverna får delge sitt resonemang men de får också ta del av andra elevers idéer, och möta frågor från både klasskamrater och lärare, vilket kan gynna elevernas förmåga att tänka kritiskt.

2.3 Frågornas roll i matematikundervisningen

För att hitta vetenskapliga artiklar till studien med fokus på lärares frågor i matematikundervisningen gjordes databassökningar i ERIC, sökningar på Google Scholar och Google, samt kedjesökning som enligt Rienecker och Stray Jörgensen (2014) innebär att referenslistor gås igenom. För detaljerad genomgång av litteratursökningen i databasen Eric, Google Scholar och Google se bilaga 1.

Nedan diskuteras matematiskt kunnande i relation till frågor utifrån begreppen traditionell respektive konstruktivistisk undervisning i matematik. Avsnittet avslutas med definitionen på begreppet *fråga*. Nästa del fokuserar på hur forskningen kategoriserat olika typer av frågor i matematikundervisningen.

Som tidigare nämnts har det skett en förskjutning i vad kunnande i matematik innebär. Forskare som fokuserat på att studera frågor menar att det har betydelse vad som förväntas att eleverna ska utveckla genom matematikundervisningen. Moyer och Milewicz (2002) menar, precis som Ni, Zhou, Li och Li (2014), att lärarens frågor påverkar vilken typ av kunskap eleverna kommer att konstruera och kommunicera på matematiklektionerna. Moyer och Milewicz framhäver att lärares frågestrategier har avgörande betydelse för undervisningen eftersom ett av de vanligaste didaktiska verktygen är just frågor. De menar även att läraren kan ställa frågor på olika nivåer. Vissa frågor kan begränsa tänkandet medan andra frågor kan uppmuntra till nya idéer. McAninch (2015) och Chin (2007) jämför olika aspekter kring frågor utifrån en traditionell respektive konstruktivistisk undervisning. McAninch lyfter dessa två perspektiv i matematikundervisningen medan Chin relaterar dem till undervisning i naturvetenskap. Båda undersöker huruvida undervisningen är lärar- eller elevcentrerad. McAninch likställer den lärarcentrerade matematikundervisningen med den traditionella matematikundervisningen där läraren ”överför” kunskap till eleverna med ytterst liten input från eleverna. Den lärarcentrerade undervisningen, menar författaren, sätter mer fokus på produkten än på processen. Den elevcentrerade undervisningen däremot har sin utgångspunkt i konstruktivistiska teorier som stödjer det aktiva lärandet istället för det passiva lärandet

(McAninch, 2015). För att lärare ska kunna ställa bra frågor behövs ett tydligt syfte skriver Schwartz (2015) och Chin (2007). Efterfrågas endast ett svar eller är det frågor som uppmuntrar elevernas tänkande? Vidare skriver Schwartz (2015) att läraren även behöver vara en god lyssnare och lyssna in vad eleverna förstått för att kunna avgöra vilken fråga som bör ställas därnäst. Chin (2007) finner att lärarnas typ av frågor i ett traditionellt klassrum leder till att eleverna återger ett svar, eller svarar med korta meningar, medan lärarnas typ av frågor i ett konstruktivistiskt klassrum kännetecknas av öppna frågor som uppmuntrar eleverna att utveckla sitt resonemang. Ett utvecklat resonemang kräver också ett utvecklat matematikspråk, skriver Hufferd-Ackles et al. (2004). Författarna följde en lärare som undervisa en årskurs 3 i ett år. Läraren vill utveckla matematiklektionerna till att bli en ”math-talk learning community”, vilket innebär att matematiklektionerna genomsyras av gemensamma diskussioner med matematiskt innehåll, där alla bidrar till att utveckla och fördjupa förståelsen inom det valda ämnet. Hufferd-Ackles et al. (2004) visar att det är en svår uppgift att forma miljöer där kommunikationen är en naturlig del i matematikundervisningen. Deras studie använder ett ramverk för att undersöka diskussioner med matematiskt innehåll. Ramverket har fyra kategorier där en av dessa är frågor. Alla fyra kategorierna finns i flera nivåer från noll till tre där noll är den lägsta nivån och representerar det traditionella klassrummet. Den lägsta nivån av frågor innebär att läraren ställer frågor med syfte att hålla eleverna fokuserade. Korta svar ges av eleven i denna kategori och kommunikation mellan eleverna saknas. På nivå ett börjar läraren intressera sig för elevernas tänkande och matematiska strategier. Fokus ligger nu inte på att få ett rätt svar utan på att förklara en strategi. Eleverna lyssnar passivt och deltar enbart när de får frågan. På nästa nivå ställer läraren ledande och öppna frågor och involverar eleverna genom att uppmuntra dem att ställa frågor. Eleverna har en aktiv lyssnande roll på denna nivå. På den högsta nivån har läraren en mer passiv roll eftersom förväntningarna är att eleverna ställer frågor till varandra. Hufferd-Ackles et al. (2004) resultat visar att det är möjligt att utveckla matematikundervisningen med fokus på kommunikationen men att det också tar tid. Fallstudien som beskrivs i studien visar att det nästan tog ett läsår att skapa en miljö där matematikkommunikationen är central. Författarna skriver att läraren i studien gick snabbt från nivå noll till nivå ett. Däremot tog det två månader att ta steget från nivå ett till nivå två som har att göra med skiftet där eleverna involveras i att ställa frågor. Övergången från nivå två till nivå tre skedde successivt och nivån nåddes fullt ut efter tre månader.

Ett konkret exempel på hur förskjutningen, vad gäller det matematiska kunnandet, kan påverka en lärares frågor i matematikundervisningen ges av Kinman (2010). Författaren undervisade i matematik och ville sätta kommunikation i centrum, vilket innebar att hon behövde ändra på sin undervisning. Hon beskriver att den första ändringen hon gjorde i matematikundervisningen var att be eleverna *förklara och motivera* genom att ställa frågor som till exempel” Vad fick du för svar och hur gjorde du?” (egen översättning). Det Kinman vittnade om var att hennes mellanstadieelever ofta svarade ”jag bara vet ” eller ”jag vet inte*”*. För att hjälpa eleverna att sätta ord på hur de löst en uppgift hjälpte det ofta att ställa frågor så som ”Vad gjorde du först? Varför gjorde du så?*”* (egen översättning). Enligt Kinman hade frågorna en stor inverkan på matematikundervisningen och elevernas lärande. Hennes fokus var lika mycket på hennes egen lärarroll som på eleverna, eftersom syftet var att få dem att förklara och motivera.

Ovan har vi sett exempel på frågornas roll i en traditionell respektive konstruktivistisk matematikundervisning, samt hur lärarrollen ändras när syftet är att få eleverna att kommunicera matematik. Ni et al. (2014) skriver om båda aspekterna och menar att lärarens roll i den kinesiska matematikundervisningen har flyttats från att överföra kunskap till att få eleverna att konstruera sin kunskap. Lärarens roll är att vägleda eleverna till att observera, analysera och lösa matematiska problem. Undervisningen ska, enligt den kinesiska läroplanen, leda till att eleverna får *konstruktiv* och *fördjupad kunskap*. Ni et al. (2014) påpekar även matematikuppgifternas roll i förflyttningsprocessen. De menar att matematikuppgifterna bör ha en annan karaktär än tidigare, så att de kan ge eleverna möjlighet att analysera och konstruera en mer fördjupad kunskap. Detta innebär i sin tur att uppgifterna påverkar vilken typ av fråga läraren ställer.

Frågornas roll har diskuterats ovan men vad definieras som en fråga? Både Boaler och Brodie (2004) och Graesser och Persson (1994) väljer att definiera vad de menar med frågor i respektive studie. Båda ansåg att de behövde ha definitionerna för att veta hur de ska handskas med empirin. Båda artiklarna skriver att uttalanden som hade både form och funktion av frågor inkluderades i begreppet fråga. Exempel på detta är: ”Vad är …?” (Graesser & Persson, 1994 s. 109, egen översättning), som har formen av en fråga; och ”sextio procent av femton är ...” (Boaler & Broadie, 2004 s. 777, egen översättning), som inte är formulerad med ett frågeord men har funktionen av en fråga. Boaler och Brodie (2004) fokuserade enbart på frågor där det fanns ett matematiskt innehåll. Det innebär exempelvis att frågor som ”Åt du frukost idag?” (ibid. s. 777, egen översättning) inte kategoriserades som en fråga.

Mot bakgrund av detta kommer studien definiera begreppet *fråga* utifrån Boaler och Brodie (2004) samt Graesser och Persson (1994). Detta innebär att de frågor studien fokuserar på är frågor som läraren ställer som är kopplade till det matematiska innehållet vad gäller både form och funktion, det vill säga att begreppet fråga definieras utifrån uttalanden:

- som börjar med ett frågeord så som till exempel: Vad…? Hur…? Varför…? Kan..?
- som inte är formulerade som frågor men har funktionen av en fråga.

I den sista kategorin ingår även den underförstådda fråga som ställs när läraren skriver en uppgift på tavlan och förväntar sig att eleverna ska berätta vad svaret är eller hur de tänker när de ska räkna ut svaret.

Med detta som bakgrund går vi nu vidare till att titta närmare på olika typ av frågor.

2.3.1 Olika typer av frågor

Forskningen visar att frågor i matematikundervisningen kategoriseras på olika sätt. Många studier har skapat kategorier utifrån Blooms taxonomi (Bloom, Englehart, Furst, Will &

Krathwohl, 1956) där den kognitiva nivån är i fokus. Studien har inte för avsikt att redogöra för Blooms taxonomi i sin helhet utan vill endast ge en övergripande bild över vilka Blooms et al. (1956) kategorier är. Författarna använde sig av sex kognitiva nivåer där den första nivån är den lägsta kognitiva nivån och den sista är den högsta kognitiva nivån. Här nedan beskrivs vad varje nivå innebär:

- Kunskap – komma ihåg och återge fakta
- Begrepp – förstå begreppens innebörd
- Tillämpning – tillämpa till exempel regler och begrepp
- Analys – bryta ner och analysera delarnas relation
- Syntes – sätta samman delarna till en ny helhet
- Utvärdering – bedöma och värdera.

Cunningham (1987) är en av forskarna som skapat frågekategorier som bygger på Blooms taxonomi. Han har skapat tre huvudkategorier: fakta-, konceptuella-, samt evaluerande frågor. Fördelen med färre kategorier, menar författaren, är att nivåerna är mer specifika och lätthanterliga. Precis som i Blooms taxonomi är dessa hierarkiska. Faktafrågorna är även i Cunninghams kategori den lägsta kognitiva nivån. Den konceptuella nivån delas in i divergenta respektive konvergenta frågor och dessa delas slutligen även in i hög- och låg konvergenta respektive divergenta frågor (se nedan). Blooms et al. (1956) och Cunninghams (1987) frågor är inte framtagna för att studera matematikundervisningens frågor specifikt. Senare studier om frågor i matematikundervisningen utgår dock ofta från Cunninghams kategorisering (se Shahrill, 2013). Cunninghams kategorier är följande:

- **Faktafrågor** – eleven återger inlärd fakta till exempel: ”Vilken stat producerar mest vete?”
- **Konceptuella**
    - Låg -*Konvergenta* frågor – eleven förklarar hur de tänkt och gjort till exempel: Du har hört två synpunkter om våld på TV, finns det någon likhet mellan dessa?
    - Hög-*Konvergenta* frågor – eleven förklarar och resonerar till exempel: Av vilken anledning tror du att amerikanerna lägger så stor vikt vid att äga ett husdjur?
    - Låg-*Divergenta* frågor – efterfrågar alternativa sätt att lösa uppgiften till exempel: Vilka alternativa sätt /…/?
    - Hög-*Divergenta* frågor på – uppmuntrar kreativt tänkande till exempel: Vilken typ av åtgärden skulle kunna leda till att våldet på TV minskas?
- **Evaluerande** frågor – en blandning av ovan nämnda kategorier med fokus på att ta ställning och värdera, till exempel: Vilket av de hantverk konstnären skapat tycker du bäst om?

(Baserat på Cunningham (1987), s. 71-77)

Cunningham (1987) beskriver att konvergenta frågor kännetecknas av att frågorna är *slutna frågor* vilket menas att ett specifikt svar efterfrågas. Detta påminner om faktafrågorna men kräver mer än en faktafråga kräver. Divergenta frågor å andra sidan har karaktären av *öppna frågor* som främjar nya och okonventionella förklaringar. Han menar att låg- konvergenta och låg-divergenta samt hög-konvergenta respektive hög-divergenta frågor används för att göra kategorierna mer distinkta. Distinktionen inom den konvergenta kategorin är att låg-konvergenta frågor fokuserar på att eleverna beskriver på ett enkelt sätt medan hög-divergenta frågor främjar elevernas resonemang vilket leder till ett kritiskt tänkande. Vidare menar Cunningham att distinktionen beträffande de divergenta frågorna är att frågor med låg divergens endast genererar att flera sätt redovisas, medan frågor av hög divergens uppmuntrar till kreativt tänkande. Den evaluerande nivån är den mest komplexa nivån enligt Cunningham (1987). Evaluerande frågor kan vara en blandning av alla nivåer och kategorier. Författaren skriver att en av kvalitéerna som gör att evaluerande frågor är på den högsta kognitiva nivån är att dessa frågor får eleverna att ta ställning och värdera egna eller andra elevers ställningstaganden. En enkel fråga som ”varför?” kan vara en evaluerande fråga.

Cunninghams artikel skiljer sig från de övriga som kommer att presenteras nedan. Hans artikel gör ett försök att visa på reflexiviteten mellan fråga och svar, och poängterar att både frågan och svaret måste beaktas i kategoriseringen av frågorna.

Andra forskare som också kategoriserat frågor utifrån en låg/hög nivå är Wimer, Ridenour, Thomas och William Place (2001). Författarna utgår från Blooms taxonomi och använder kategorierna låg- respektive hög nivå för att identifiera frågor:

- **låg nivå** är:
  - ”Hur många ägg är det i ett dussin?”
  - “Vad har du fått för svar?”
- **hög nivå** är:
  - ”Vad händer om antalet är tio istället för fem?”
  - ”Varför skulle du beräkna en procentsats i detta fall?”

(Baserat på Wimer et al. (2001), s. 88)

Wimers och hans kollegors kategorier använder sig enbart av att frågor kan kategoriseras på låg respektive hög kognitiv nivå till skillnad från Cunningham som använder den låga och höga nivån för att visa på en distinktion i hur öppna eller slutna frågorna är. Cunningham har ärvt den hierarkiska aspekten ur Blooms taxonomi för att visa att det finns frågor på en lägre respektive högre nivå. Frågorna som exemplifieras ur Wimer et al. (2001) visar att nivåerna liknar Cunninghams kategorier där den första frågan ”Hur många ägg är det i ett dussin?” liknar en faktafråga och “Vad har du fått för svar?” liknar en konceptuell låg-konvergent fråga medan frågorna ”Vad händer om antalet är tio istället för fem?” och ”Varför skulle du beräkna en procentsats i detta fall?” liknar de konceptuella hög-konvergenta frågorna respektive den evaluerande frågan. Detta stämmer överens med hur författarna (Wimer et al., 2001) beskriver dessa två nivåer. De menar att frågor inom den låga kognitiva nivån enbart fokuserar på att återge fakta, vilket påminner om Cunninghams faktanivå. Frågor inom den höga kognitiva nivån främjar däremot analys, syntes och evaluering vilket påminner om både Blooms et al. (1956) och Cunninghams (1987) kategorier i den högre kognitiva nivån. Intressant i Wimers och kollegornas studie var att de dels ville se om pojkar fick besvara fler frågor inom den kognitiva nivån och dels om frågor på en högre kognitiv nivå gynnar elevernas lärande mer. Det resultat som förelåg, efter att ha följt 16 lärare och 249 elever, påvisade inte att lärarna skulle ställa fler frågor på den höga kognitiva nivån till pojkarna än till flickorna. Inte heller kunde resultatet visa att frågorna på en högre kognitiv nivå skulle gynna elevernas kritiska tänkande (Wimer et al., 2001). Precis som Cunningham menar även Wimer och hans kollegor att den kognitiva nivån på frågan inte bara bestäms av frågan i sig, utan även av det svar som förväntas, vilket innebär att fråga och svar ses som en helhet.

Andra forskare som har kategoriserat frågor på en låg respektive hög kognitiv nivå är Ni et al. (2014). Forskarna undersöker hur textuppgifter är relaterade till klassrumsdiskussionen och hur detta i sin tur påverkar lärarens frågor och elevernas svar. Studiens 24 videoinspelade lektioner genererade fyra olika kategorier:

- **Fakta- och bekräftande** frågor uppmanar eleverna att *upprepa* fakta och procedur samt bekräfta huruvida de använde samma procedur eller inte, till exempel:
  - Faktafrågor – Vad är inversen till 2?
  - Bekräftande frågor – Har du fått samma svar som klasskompisen?
- **Procedur- och beskrivande** frågor uppmanar eleverna att *beskriva* proceduren samt beskriva vad något egentligen innebär, till exempel:
  - Procedurfrågor – Hur har du fått den minsta gemensamma nämnaren?
  - Beskrivande frågor – Vad menas att två femtedelar är flickor?
- **Förklarande** frågor uppmanar eleverna att förklara deras tänkande i relation till vilka strategier och procedurer de valt, till exempel: - Varför grupperar du frågorna på två sätt?
- **Analytiska- och jämförande** frågor främjar elevernas sätt att reflektera, till exempel: - Vilken av dessa två strategier finner du minst effektiv för att lösa denna uppgift?

(Baserat på Ni et al. (2014), s. 16-17)

Enligt författarna delas dessa kategorier in på låg respektive hög nivå där de två första kategorierna (*fakta- och bekräftande frågor* samt *procedur- och beskrivande frågor*) faller under den låga kognitiva nivån och de andra två kategorierna (*förklarande frågor* samt *analytiska och jämförande frågor*) faller under den höga kognitiva nivån. De två första nivåerna handlar alltså om att återge fakta och procedur medan de två senare handlar om att förklara, vilket skulle kunna tolkas som att eleverna får möjlighet att motivera sitt val av strategi vilket är en skillnad från att bara beskriva en strategi. I den senare kategorin ska eleverna även få möjlighet att reflektera, vilket kan anses vara en fråga på en hög kognitiv nivå.

Nis et al. (2014) studie följde 60 matematiklärare i 20 skolor som undervisade i årskurs 5. Tre lektioner av varje lärare valdes ut slumpmässigt med syftet att undersöka sambandet mellan matematikuppgifter, i detta fall textuppgifter, och diskussionen som sker när dessa uppgifter diskuteras i helkass. Resultatet visar ett samband mellan textuppgifternas svårighetsgrad och frågor på den höga kognitiva nivån. Författarna skriver att lärarna även ställde enkla frågor i relation till dessa textuppgifter eftersom syftet var att klargöra om eleverna förstått. Lärarna gav eleverna tillfällen att jämföra olika lösningar och värdera dem, men det som var utmärkande var att lärarna oftast nöjde sig med att enbart fråga ”Finns det något annat sätt?” (Ni et al., 2014 s. 34, egen översättning). Författarna menar att denna typ av fråga inte gynnar ett kritiskt tänkande och kategoriserade dem därmed som frågor på den låga kognitiva nivån.

Andra forskare som har kategoriserat och undersökt frågornas betydelse i relation till elevernas lärande är Hiebert och Wearne (1993). Författarna har fyra huvudkategorier med två till tre typer av frågor på varje kategori.

- **Återge fakta**
    - *återge information*, exempel: Vilken siffra är på entalspositionen?
    - *procedur*, exempel: Vad ska vi göra sedan?
    - *koppla till tidigare diskussion*, exempel: Vad gjorde vi igår?
- **Beskriva**
    - *beskriva en strategi*, exempel: Hur kom du fram till svaret?
    - *beskriva en alternativ strategi*, exempel: Har någon löst detta på ett annat sätt?
- **Generera problem**
    - *hitta på en textuppgift*, exempel: Vem kan hitta på en historia utifrån detta uttryck?
    - *hitta på ett problem som passar till de givna begränsningarna*, exempel: Kan du hitta på ett problem beträffande avstånden på denna karta?
- **Granska**
    - *förklara*, exempel: Varför löste du uppgiften på detta sätt?
    - *analysera*, exempel: Hur skiljer sig denna i relation till föregående?

(Baserat på Hiebert & Wearne (1993), s. 402)

Frågorna i den första kategorin efterfrågar till exempel fakta och beskrivning av en viss procedur, medan den andra kategorin fokuserar på att *beskriva strategierna* eleverna använde. I den tredje kategorin fick eleverna frågor som handlade om att kunna skapa problem utifrån ett givet uttryck så som till exempel 52 – 27 (Hiebert & Wearne, 1993). Den sista kategorin gav eleverna möjlighet att *förklara* och *analysera* varför en strategi fungerade. Författarna skriver att frågorna i den senare kategorin (*förklara och analysera*) är frågor som uppmanar eleverna att få syn på de bakomliggande matematiska idéerna. Till skillnad från övriga forskare som presenterats ovan skriver författarna inte fram att dessa frågor är hierarkiska eller vilka frågor som är på en låg respektive hög kognitiv nivå trots att de lyfter fram att frågor på en hög nivå leder till att eleverna drar slutsatser och analyserar. Det finns emellertid likheter mellan Hiebert och Wearnes (1993) kategorier med både Blooms et al. (1956) och Cunninghams (1987) kategorier vilket skulle innebära att även Hieberts och Wearnes (1993) kategorier skulle kunna tolkas som hierarkiska där den första kategorin är på en låg kognitiv nivå medan den fjärde kategorin är på en högre kognitiv nivå. Författarnas kategorier användes för att undersöka relationen mellan vad som undervisas och vad som lärs i årskurs 2 där de följde sex lärare i sex olika klasser. Resultatet visar att alla lärarna ställde flest frågor i den första kategorin, som handlar om att återge fakta, men att det fanns en skillnad i antalet frågor som ställdes inom denna kategori. Två lärare utmärkte sig mer i studien eftersom de ställde frågor som krävde att eleverna fick utveckla och verbalisera, till exempel genom att beskriva en strategi eller förklara varför strategin använts, samt varför den fungerade. Ett annat intressant resultat som Hiebert och Wearne (1993) lyfter fram är att deras resultat överensstämmer med vad andra forskare har kommit fram till, nämligen att relationen mellan uppgifter och klassrumsdiskussionen kan påverka lärandet.

Följdfrågor förefaller också vara viktiga att studera då det i undervisningen inte enbart ställs en fråga. Frågor följs oftast upp med fler frågor. En sådan studie har Franke, Webb, Chan, Ing, Freund, Battey och De (2007) och Franke, Webb, Chan, Ing, Freund och Battey (2009) rapporterat. Forskningen har visat att även när läraren inleder med en öppen fråga som till exempel ”Hur löste du denna uppgift” (Franke et al., 2009 s. 380 egen översättning) har lärarna svårt att följa upp elevsvaren och har därmed svårt att hjälpa eleverna vidare i sitt matematiska tänkande. Syftet med deras studie är att undersöka hur lärarna i matematikundervisningen stöttar eleverna så att de explicit verbaliserar sitt matematiska tänkande. Författarnas syfte skiljer sig från övriga forskares syften som presenterats ovan. Franke et al. (2009) uttrycker att de specifikt vill studera vilka frågor läraren ställer som främjar elevernas tänkande, till skillnad från forskarna som redovisats ovan där syftet har varit att *ta reda på* vilka typer av frågor lärare ställer i matematikundervisningen. Studien baseras på tre lärare, två i årskurs 2 och en i årskurs 3. De kategorier de fann när de undersökte lärarnas frågor var:

- **Generella** frågor – ingen anknytning till det matematiska innehållet, till exempel: Kan du upprepa det en gång till?
- **Specifika** frågor – anknytning till elevens svar med fokus på matematiken explicit till exempel: Vilket tal behöver vara det samma?
- **En serie specifika** frågor – mer än två specifika frågor ställdes till en och samma elev med syfte att få eleven att förtydliga sin förklaring: Vilka har en kompis? (eleven pratar om termerna i 200+1), Vad menar du, kan du förklara en gång till?
- **Andra frågor**: varken generella eller specifika
    - Buntar av frågor – mer än två frågor ställdes men eleverna fick ingen möjlighet att besvara frågorna
    - Ledande frågor – en serie frågor där eleverna fick besvara frågorna men där frågorna var ledande mot ett specifikt svar, till exempel: femtio plus femtio är hundra så hundra är det samma som…

(Baserat på Franke et al. (2009), s. 386-389)

Ett resultat författarna funnit är att även om lärarna inledde med samma typ av fråga kan följdfrågorna variera mycket (Franke et al., 2009). Resultatet visade också att följdfrågorna lärarna ställde eftersökte förklaringar, men trots det var det inte givet att eleverna förklarade ytterligare. Författarna skriver även att lärarna får eleverna att beskriva och förklara sina strategier, men lärarna har svårt att gå vidare med elevsvaren. Lärarna har svårt att veta vilka följdfrågor som är lämpligast att ställa för att främja elevernas tänkande eller för att jämföra elevernas idéer. Det tre första kategorierna (*allmänna – specifika- och serier av specifika frågor*) hjälpte eleverna att utveckla sin förklaring, men det var endast *serien med specifika frågor* som explicit hjälpte eleverna att leverera en fullständig förklaring med ett korrekt svar (Franke et al., 2009). Precis som Hiebert och Wearnes (1993) kategorier kan även Frankes et al. (2009) kategorier tyda på att det finns en underliggande hierarki där de *generella-, specifika- och andra frågor* är på den låga kognitiva nivån medan *en serie specifika frågor* är på den höga kognitiva nivån.

Exempel på olika typer av frågor har presenterats ovan. Det kan vara intressant att sammanfatta de olika kategorierna. Olika forskare har på sitt sätt poängterat att olika typer av frågor inte behöver tolkas som att en typ av fråga är bättre än en annan typ av fråga. Ellis (1993) menar att forskningen framhåller att olika slags frågor är effektiva och lämpliga beroende på vilket syfte de har. Även hur ofta en typ av fråga ställs och när frågan ställs kan vara avgörande om frågan är effektiv eller inte menar Hiebert & Wearne (1993). Även om forskningen har valt att använda egna begrepp för att kategorisera frågorna i respektive studie har de flesta skrivit fram att vissa typer av frågor är av en högre kognitiv nivå som leder till att eleverna utvecklar ett kritiskt tänkande. Ellis (1993) och Shahrill (2013) skriver att lärare borde ställa frågor på en högre nivå. En förklaring till att lärare inte ställer frågor på en hög kognitiv nivå skulle kunna vara, som Hiebert och Wearne (1993) skriver, att lärarna inte vet hur de ska följa upp ett elevsvar så att eleverna får möjlighet att exempelvis resonera och evaluera.

2.3.2 Sammanfattning

Här nedan presenteras den forskning om olika typer av frågor som redovisats i tabell 2, där frågorna kategoriseras på en låg- respektive hög kognitiv nivå.

Tabell 2 på sid19 visar sammanfattningsvis att frågor på den låga kognitiva nivån handlar om att *återge fakta, tillämpa* samt *beskriva en procedur eller strategi*. Frågor på den andra nivån handlar sammanfattningsvis om att *ge kreativa lösningar* och *förklara och resonera*, men också om att *reflektera, ta ställning och värdera*. Frågorna på den höga kognitiva nivån handlar explicit om att resonera och detta kan till exempel göras genom analys, syntes, reflektion och evaluering där eleverna kan systematisera och organisera det matematiska innehållet.

Forskningen som presenterats i detta kapitel har haft olika syften i respektive studie vilket har gett en bredd av olika aspekter som kan vara viktiga att ha i åtanken när olika typer av frågor studeras. En aspekt som är intressant att ha i åtanke är om och hur uppgiftstyper och syften påverkar frågan och vice versa.

Tabell 2. Sammanställning och tolkning över forskningen som presenterats ovan.

	Låg kognitiv nivå	Hög kognitiv nivå
Bloom et al. (1956)	**Kunskap** **Begrepp** **Tillämpning** Syftet är att återge och tillämpa.	**Analys** **Syntes** **Utvärdering** Syftet är att bryta ner, sätta samman och värdera, vilket kräver ett resonemang.
Cunningham (1987)	**Faktafrågor** **Konceptuella -** Låg -*Konvergenta* Låg-*Divergenta* Syftet är att återge, tillämpa och ge alternativa lösningar.	**Konceptuella -** Hög-*Konvergenta* Hög-*Divergenta* **Evaluerande** Syftet är att resonera, vara kreativ, värdera och ta ställning.
Wimer et al. (2001)	**Låg nivå** Syftet är att återge fakta.	**Hög nivå** Syftet är att resonera och ta ställning.
Ni et al. (2014)	**Fakta- och bekräftande** **Procedur- och beskrivande** Syftet är att återge, upprepa och bekräfta fakta samt att beskriva en procedur.	**Förklarande** **Analytiska- och jämförande** Syftet är att förklara, motivera, resonera, ta ställning samt reflektera över val av strategi.
Hiebert & Wearne (1993)	**Återge fakta** **Beskriva** Syftet är att återge fakta och procedur samt att beskriva en alternativ strategi.	**Generera problem** **Granska** Syftet är att vara kreativ och hitta på egna problem samt att analysera vilket kräver ett resonemang.
Franke et al. (2007) Franke et al. (2009)	**Generella** **Specifika** **Andra frågor** Syftet är att beskriva en strategi.	**En serie specifika frågor** Syftet är att förklara/motivera en strategi eller resonera om en strategi.

3. Metod - Forskningsdesign

I denna del kommer metoden och forskningsdesignen att presenteras. Kapitlet inleds med en kort redovisning av den pilotstudie som genomfördes inför studien. I pilotstudien redogörs, i korthet, för vilka analysverktyg som utprövades och vilka val som gjordes som sedan efter användes i studien. Därefter beskrivs studiens design och urval samt vilka etiska överväganden som gjordes. Avslutningsvis beskrivs analysmetoden med fokus på transkribering, analysprocess och studiens reliabilitet samt generaliserbarhet problematiseras.

3.1 Pilotprojekt

Syftet med pilotstudien var att utpröva val av analysverktyg och teoretiskt perspektiv i relation till forskningsfrågorna.

Beträffande det teoretiska perspektivet diskuterades det sociokulturella perspektivet mot det socialkonstruktivistiska perspektivet. I det socialkonstruktivistiska perspektivet samverkar det sociala perspektivet och det psykologiska perspektivet (Cobb & Yackel, 1996). Studien kommer att betrakta fråga och svar som en helhet, vilket stämmer väl överens med det socialkonstruktivistiska perspektivets växelverkan mellan perspektiven. I studien är inte elevsvaren i fokus, men de är till hjälp vid kategoriseringen av frågorna. Pilotstudien gav insikt i hur studien ska definiera, men framförallt analysera, frågorna. Till en början undersöktes frågorna separat från elevsvaren, vilket gav ett intetsägande resultat. Samma undersökning upprepades, varvid elevsvaren inkluderades, vilket visade att det var lättare att kategorisera frågorna och uttala sig om frågornas karaktär när även svaret beaktades. Ett av analysverktygen som utprövades inkluderade även elevsvaren i analysen, vilket styrkte valet av att dessa bör vara med även i studiens analys, då det stämde väl överens med den växelverkan som det sociala och det psykologiska perspektivet har.

Tre analysverktyg utprövades i följande ordning:
Det första analysverktyget utgick från Frankes et al. (2007) kategorier (se avsnitt 2.3.1). Kategorierna var inte relevanta för studiens frågor eftersom de ansågs för ”breda”. En av deras kategorier, *sekvenser av specifika frågor*, gav dock insikten om att frågor ibland kan höra ihop och kan ses som en sekvens.

Det andra analysverktyget som utprövades utgick från Hiebert och Wearnes (1993) kategorier (se avsnitt 2.3.1). Deras kategorier kunde inte komma åt det som studien vill fokusera på. Hiebert och Wearne hade fyra kategorier med 2-3 underkategorier. Underkategorierna var inte relevanta. Det som var av intresse i Hiebert och Wearnes (1993) kategorier var att de använde kategorierna *beskriva* och *förklara* vilka tillhörde den låga respektive höga kognitiva nivån.

Det sista analysverktyget som utprövades utgick från Cunninghams (1987) kategorier (se avsnitt 2.3.1). Det skiljde sig från de två övriga analysverktygen genom att Cunningham poängterar att både frågan och svaret måste beaktas i kategoriseringen av frågorna. Cunningham delar in frågor i tre kategorier; *faktafrågor, konceptuella och evaluerande* frågor. Resultatet av pilotstudien visade att Cunninghams kategorier kunde användas så att studiens syfte kunde belysas eftersom det fanns fler underkategorier under den konceptuella kategorin som kunde beskriva de olika typerna av frågor som pilotstudien innehöll. Pilotstudien kunde kategorisera frågor inom kategorin *faktafrågor, konceptuella låg-konvergenta frågor*, *konceptuella hög-konvergenta frågor*, *konceptuella låg-divergenta frågor*. Dock förekommer inga *konceptuella hög-divergenta* eller *evaluerande* frågor i de frågor som läraren ställer i pilotstudien.

Den första och viktigaste lärdomen av att ha undersökt tre olika analysverktyg var att elevsvaren var betydelsefulla i analysen. Den andra lärdomen formades av att ta ställning till följdfrågornas hantering. Studien kommer analysera både de inledande frågorna dels var för sig, dels som sammansatta helheter, kallade *frågepaket*.

3.2 Analysverktyget

Efter genomförd pilotstudie där tre analysverktyg utprövades bestämdes att Cunninghams kategorier skulle användas till studien. Följande beslut togs:

- Kategorierna från Cunninghams analysverktyg (1987) bibehålls och benämningarna som till exempel Konceptuell Låg-Konvergent används som *namn* på kategorierna. Inledande versal i varje ord bildar namnets förkortning: *Faktafrågor* (F), *Konceptuella Låg-Konvergenta frågor* (KLK), *Konceptuella Låg-Divergenta frågor* (KLD), *Konceptuella Hög-Konvergenta frågor* (KHK), *Konceptuella Hög-Divergenta* frågor (KHD) och *Evaluerande* (E).

- Frågorna som studeras är del av en interaktion där både lärare och elever deltar. Den kognitiva nivån på frågan kan inte bara bestämmas av frågan i sig utan även av det svar som förväntas och det svar som faktiskt ges. Med en sådan utgångspunkt går det inte att analysera bara frågor utan att ta in vilken sorts svar eleverna ger. Både frågan och svaret beaktas i kategoriseringen av frågorna. Detta innebär att elevsvaren kommer att påverka hur frågorna analyseras och kategoriseras.

- Både de inledande frågorna och följdfrågorna kommer att analyseras.

- Alla frågor som ställs till en och samma elev i en följd bildar ett frågepaket som kan innehålla en eller flera frågor.

- Frågepaketen kommer att kodas hierarkiskt, där den fråga som har den högsta kognitiva nivån avgör frågepaketets kategorisering. Till exempel om ett frågepaket innehåller två frågor, en F-fråga och en KLK-fråga, har frågepaketet kodats som ett KLK-frågepaket. Den hierarkiska strukturen är följande, från lägsta kognitiva nivå till högsta kognitiva nivå:

- Lägsta kognitiva nivå: *Faktafrågor* (F),
- ↓ *Konceptuella Låg-Konvergenta frågor* (KLK),
- *Konceptuella Låg-Divergenta frågor* (KLD),
- *Konceptuella Hög-Konvergenta frågor* (KHK),
- *Konceptuella Hög-Divergent* frågor (KHD),
- Högsta kognitiva nivå: *Evaluerande* (E).

3.2 Studiens design

Studien är en förlängning av en tidigare studie (Skodras, 2015). Precis som i den tidigare studien har även denna sin utgångspunkt i projektet ROMB[3] och läromedlet *Contexts for learning mathematics.* Den föregående studien hade fokus på hur uppgifter i multiplikation var konstruerade och vad som gavs möjlighet att lära av serier sammanlänkade uppgifterna i multiplikation, så kallade *strings*. Studien genererade nya tankar som har resulterat i nya forskningsfrågor kopplade till *Contexts for learning mathematics.* Även denna studie utgår från detta läromedel.

Studiens empiri är baserad på videoinspelade lektioner. Videoinspelade filmer har använts i matematikdidaktisk forskning för att fånga upp interaktionen mellan elever och lärare (jmf. Stigler & Hiebert, 1999). Det finns fördelar med att använda videoinspelade lektioner. Dels att både det verbala och det visuella fångas upp (Powell, Francisco & Maher, 2003), dels att forskaren har tillgång till och möjlighet att titta på filmerna flera gånger om (Powell et al., 2003; Scataglini-Belghitar & Mason, 2012; Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson & Zaslavsky, 2006). Forskaren ges möjlighet att gå tillbaka till viktiga sekvenser i analysen. Det finns även nackdelar med videoinspelade filmer eftersom endast delar av verkligheten fångas upp. Detta kan leda till att forskaren inte får en helhetsbild av lektionen eller situationen som ska studeras (Check & Schutt, 2012). I vilken mån filmerna som använts som empiri i studien är arrangerade eller redigerade framgår inte av materialet. Materialet ger indikationer om hur undervisning kan gå till snarare än en uttömmande och korrekt bild av naturalistisk undervisning. Studien uttalar sig enbart om det som visas på de videoinspelade filmerna.

3.2.1 Urval och avgränsningar

Forskaren i den föreliggande studien har utgått ifrån befintligt material och har således inte varit delaktig i videoinspelningarna. Studien baseras på fyra filmer, alla med en koppling till *Contexts for learning mathematics.* Två av filmerna finns på CD-skivor, den tredje filmen är en demonstrationsfilm i en blogg som har koppling till materialet. I dessa tre filmer från USA är både lärarna och eleverna som deltar förtrogna med och insatta i det arbetssätt som *Contexts for learning mathematics* vill förmedla. Detta innebär till exempel att hur lektionen

[3] ROMB (Reflekterande och Matematiserande Barn) är ett projekt vid Göteborgs Universitet. Projektet startade hösten 2013 och våren 2014 startades, tillsammans med kollegor vid Göteborgs Universitet, ett lokalt utvecklingsarbete med syftet att undersöka på vilket sätt undervisningsmaterialet *Contexts for learning mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001) kan bidra till undervisning och lärande i en svensk kontext. Se även (Skodras, 2015).

genomförts och vad som förväntas är känt för både lärarna och eleverna på filmen vilket betyder att det finns givna sociomatematiska normer i klassrummet som alla är bekanta med. Den fjärde filmen är inspelad i en svensk skola med svenska elever som undervisas av en icke ordinarie lärare på engelska som är förtrogen med *Contexts for learning mathematics*. Detta innebär att enbart läraren är förtrogen med arbetssättet som materialet vill förmedla. I det svenska klassrummet har de sociomatematiska normerna ändrats eftersom det är en annan lärare som undervisar på ett annat språk, engelska. Den engelskspråkiga läraren som är förtrogen med konceptet kan ses som en erfaren lärare. Li & Ni (2009) jämför vilken typ av frågor lärare med liten respektive stor erfarenhet ställer. De har i sin studie kommit fram till att:

> "…the proportion of explain questions and analytical and comparative questions asked in an expert teacher's classroom is significantly higher than that of the novice teacher's classroom, meaning that novice teachers tend to ask students more memory-recall and procedure description questions that do not give students as much opportunity to explain their own reasons." (s. 533)

Li och Ni (2009) visar att lärare med stor erfarenhet ställer mer analytiska frågor medan lärare med liten erfarenhet ställer oftare faktafrågor. Lärarna i de fyra filmerna är insatta i både material och upplägg och kan betraktas som erfarna lärare i den bemärkelsen att de har arbetat med detta arbetssätt så pass länge att de vet hur de ska genomföra lektionen, vad de vill fokusera på och även vilka frågor de vill ställa. Detta är en viktig aspekt att ha med i analysen. Eftersom intresset för denna studie är att följa erfarna lärare, för att kunna se vad som karaktäriserar lärarnas sätt att ställa frågor i matematikklassrummet, väljs filmer med lärare med liten erfarenhet bort.

En avgränsning i studien är att det inte finns tillgång till planeringarna inför lektionerna och således har studien heller inte tillgång till vad syftet med lektionen är. Detta bör inte påverka resultatet men hade varit av intresse för att kunna koppla syftet med typ av frågor som läraren ställer. En annan avgränsning är att frågor som ställs av eleverna sorterats bort och har således inte analyserats eftersom fokus är på lärarens frågor.

Urvalskriterierna för att välja ut filmerna var att alla filmer skulle handla om serier sammanlänkade uppgifter och att det skulle vara lektioner inom de fyra räknesätten som behandlar heltal, samt att eleverna skull vara i åldrarna 9-13. Det som varierar i urvalet av filmer är lärarna, olika räknesätt, filmer på olika forum samt olika antal uppgifter i serierna (se tabell 3 nedan):

Tabell 3. Urvalskriterier

Konstant	Varierar
Serie sammanlänkade uppgifter	Lärare
Aritmetik med heltal	Räknesätt
Ålder 9-13 år	Media
	Antal uppgifter i serien

En inventering av videoinspelade lektioner som använder sig av sammanlänkade uppgifter från *Contexts for learning mathematics* gjordes. Bloggen[4] som handlar om serier sammanlänkade uppgifter inventerades också. Dessutom finns det filmer av en lärare, tillika coach, som har undervisat en lektion i en svensk skola. Efter inventeringen valdes fyra lektioner ut för transkribering och analys:

Tabell 4. Översikt, urval av filmer.

Lektion	Tid i min.	Lärare	Räknesätt	Media	Antal uppgifter i serien
Lektion1 (L1)	19:53	Kate	Addition	CD-skiva	4
Lektion 2 (L2)	17:41	Mark	Subtraktion	CD-skiva	3
Lektion 3 (L3)	21:36	Ruth	Multiplikation/division	Blogg	7
Lektion 4 (L4)	27:43	Jane	Multiplikation/division	Film i svensk klass	8

Eftersom det fanns en demonstrationsfilm i bloggen (L3) och en film i en svensk kontext (L4) valdes dessa. Lärarna (i L3 och L4) undervisar om både multiplikation och division i båda filmerna med sju respektive åtta uppgifter. Sedan valdes de två andra filmerna, med fokus på addition (L1) och subtraktion (L2) istället och med färre antal uppgifter, fyra respektive tre uppgifter. Arbetsformen i alla fyra lektionerna var helklassdiskussioner där utgångspunkten vad de sammanlänkade uppgifterna.

En avgränsning som görs är att studien inte kommer att titta på de eventuella skillnader på frågor som ställs till eleverna (år 9-13 år).

3.2.2 Etiska överväganden

Två av studiens videoinspelade filmer är fortbildningsmaterial på CD-skivor (L1 och L2), den tredje är en demonstrationsfilm (Bloggen, L3) och den fjärde är en film som filmats av en annan forskare i en svensk skolmiljö (L4). Alla filmerna är filmade av andra forskare. De tre första filmerna är allmänt tillgängliga och den fjärde filmen är filmad för forskningsändamål. Enligt Vetenskapsrådet (u.d) ställs det krav på all forskning som bedrivs. De skriver bland annat fram fyra krav som är centrala, nämligen: informationskravet, samtyckeskravet, nyttjandekravet samt konfidentialitetskravet.

Informationskravet betyder enligt Vetenskapsrådet (u.d) att forskaren informerar om vilken roll deltagarna har i undersökningen, att undersökningen är frivillig samt att deltagandet kan avbrytas när de vill. Samtyckeskravet innebär att deltagarna har rätt att bestämma själva om

[4] https://numberstrings.com/2016/01/06/a-multiplication-number-string-for-fourth-grade/

de ska medverka eller ej. Dessa två krav har denna studie inte haft möjlighet att få tillstånd av lärarna eller eleverna. Lärarna, med undantag av läraren i L4, har inte givits möjlighet att samtycka till att bli analyserade med avseende på vilka frågor de ställer. Då detta samtycke inte finns är det extra viktigt att studien inte värderar lärarna vilket inte heller är syftet. Eftersom de tre första filmerna är allmänt tillgängliga är ett argument också att lärarna implicit har godkänt att filmerna används utan restriktion. Konfidentialitetskravet innebär enligt Vetenkapsrådet (u.d) att uppgifter behandlas konfidentiellt och nyttjandekravet innebär att lärarnas uppgifter endast får användas i forskningssyfte. Konfidentialitetskravet följs eftersom studien har avanonymiserat alla namn. Det sista kravet följs också då det är i forskningssyfte.

3.3 Analysmetod

Här presenteras på vilket sätt transkriberingen gått till, hur analysprocessen framskred samt studiens reliabilitet och generaliserbarhet.

3.3.1 Transkribering

De fyra lektionerna transkriberades i sin helhet på engelska vilket är originalspråket. Översättning till svenska valdes bort vid transkriberingen eftersom det finns risk att vissa ord kan vara svåra att direktöversätta och då kan forskarens tolkning om vad som sades påverkas. Transkriberingen inkluderade det eleverna och läraren sa. Läraren förkortades med L och eleven som pratade med E och eleverna numrerades i den ordning de yttrade sig, E1 för elev 1 och E8 för elev 8. När flera elever eller hela klassen svarade samtidigt markerades det med enbart med ett E. Trots att betänketid inte tas med i analysen markerades detta i transkripten med symbolen /.../. Gester har inte antecknats i transkripten. Däremot har varje uppgift som skrivits på tavlan och ibland även det som antecknats på tavlan inkluderats i transkripten så att både forskaren och läsaren kan förstå och få en bild av lektionens händelseförlopp.

3.3.2 Analysprocess

Studien har definierat begreppet *fråga* i enlighet med Boaler och Brodie (2004) och Graesser och Persson (1994) (se avsnitt 2.3). Andra typer av frågor återfinns i materialet så som förtydligande frågor (*Up here?* eller *This one?*), frågor som driver lektionen framåt (*Are we ready to go to the next one?* (avser att läraren vill gå vidare till nästa uppgift) och retoriska frågor där inget svar förväntas. Dessa tre typer av frågor har varken kategoriserats eller analyserats.

Eftersom både frågorna och svaren beaktas i analysen och kategoriseringen av frågorna innebär det att elevsvaren påverkar dessa aspekter. Ett exempel på hur elevsvaren påverkar hur en fråga kategoriseras blir tydligt när samma typ av fråga ställs men kategoriseras olika, till exempel i Kates lektion:

Exempel A   Uppgift 62+30

L: Take a minute to think about that (syftar på 62 + 39)........*What do you think*?

E1:   I kept the 62

Exempel B Uppgift 62+39

L: Take a minute to think about that (syftar på 62 + 39)...*What do you think*?

E1: 101

Frågan *What do you think* har besvarats på olika sätt och har därmed hamnat i olika kategorier. Frågan i exempel A har kategoriserats som en Konceptuell Låg-Konvergent fråga (KLK) eftersom eleven ger en beskrivning av vad eleven gjort medan frågan i exempel B kategoriserats som en Faktafråga (F) eftersom eleven endast svarar med *101*.

Maxwell (1992) beskriver den interpretiva validiteten vilket innebär att forskaren fokuserar både på att förstå och att tolka. Den föreliggande studien försöker både förstå och tolka de frågor som ställs av läraren i interaktionen för att kunna kategorisera dem. Maxwell skriver att det är forskarens erfarenheter som är grunden till tolkningen. Detta betyder att forskarens erfarenheter och förförståelse, i denna studie, omedvetet kan påverka hur frågorna tolkas och kategoriseras. Detta innebär att kategoriseringen av frågorna bör vara transparanta för läsaren. Fokus i studien är det verbala, det vill säga vilka frågor läraren ställer. Vad tolkas? Är det det sagda eller tolkas även lärarens gester, vad läraren skriver på tavlan, hur läraren rör sig i klassrummet, längden på pauserna (från det att läraren ställer frågan tills hon ber en elev svara) eller lärarens entusiasm eller avsaknad av entusiasm? Hur påverkar denna förförståelse den tolkning som görs? Mishler (1991) skriver att tystnaden har betydelse i en intervju. Samma resultat visar forskning om frågor, det vill säga att det är betydelsefullt om det finns betänketid eller inte när en fråga har ställts. Det är svårt att säga exakt hur förförståelse kommer att påverkar studien. Ovan nämna faktorer kan påverka, men avsikten är att fokusera på det verbala och inte till exempel på lärarens gester. Däremot kan det vara av intresse vad läraren väljer att skriva på tavlan och om eleverna får betänketid, men eftersom detta inte är studiens fokus väljs det bort, med undantag för när läraren skriver en uppgift på tavlan. En fördel är att det finns en förförståelse kring strukturen och upplägget av de filmade lektionerna eftersom materialet *Contexts for learning mathematics* användes redan i den förra studien (Skodras, 2015).

En förutsättning, för att kunna koppla frågemönster som eventuellt uppkommer i relation till serierna sammanlänkade uppgifter, är att beskriva seriernas uppbyggnad. För att kunna analysera frågorna delas transkriberingen in i sekvenser i likhet med Franke et al. (2017). Frankes et al. (2007) sekvens innehåller följande: läraren lägger fram ett problem, eleverna diskuterar i mindre grupper och slutligen knyter läraren ihop diskussionen. I den föreliggande studien är sekvensen följande: Läraren ställer en fråga, en elev får ordet och sekvensen avbryts när en ny fråga ställs till en ny elev. Dessa sekvenser kommer fortsättningsvis kallas för *frågepaket*. Vissa frågepaket innehåller enbart *en* fråga som läraren ställt och *ett* elevsvar, andra frågepaket innehåller flera frågor till samma elev och därmed ges fler svar från samma elev (se tabell 5 nedan).

I det första steget i analysen kategoriserades frågorna och svaren utifrån kategorierna i analysverktyget: *Faktafrågor* (F), *Konceptuella Låg-Konvergenta frågor* (KLK), *Konceptuella Låg-Divergenta frågor* (KLD), *Konceptuella Hög-Konvergenta frågor* (KHK), *Konceptuella Hög-Divergenta* frågor (KHD) samt *Evaluerande frågor* (E). Detta gjordes vid fyra olika tillfällen. Resultaten av varje tillfälle jämfördes med föregående resultat för att på så sätt säkerställa att frågorna kategoriserats på samma sätt. När det uppstod tvetydigheter antecknades frågorna och diskuterades med annan forskare.

I nästa steg av analysen skrevs uppgifterna från varje lektion under varandra och kategorierna antecknades i form av förkortningarna F, KLK, KLD, KHK, KHD och E på samma rad som uppgiften. Paketen markerades genom att rita en rektangel runt om alla frågor som en elev fick besvara. Ett exempel på detta, i tabell 5, är ur Ruths film där vi kan se att det är en elev som har besvarat två frågor som ställts på uppgift 2 · 50 och att det är två elever som fått svara på tre respektive en fråga på uppgift 4 · 25.

Tabell 5. De två första exemplen ur Ruths lektion.

Uppgift	Fråga och svar	Kategorier och frågepaket	Kodat frågepaket
2 · 50	L: Tim <u>what did you get</u>? S1: 100 L: And <u>how did you get that</u>? S1: You doubling 50	F KLK	KLK
4 · 25	L: Now the second problem is 4 times 25. Give me a thumb when you have it. ….. 4 times 25… <u>what did you get?</u> S2: 100 L: And how <u>did you get that</u>? S2: Because if you do two smaller jumps of 25, than it equals 50. L: And <u>how did that help you</u>? S2: Well if you have two 25s, and then you have four 25s and two of then equal 50 then 50 plus 50 goes 100.	F KLK KHK	KHK

Eftersom det fanns flera frågor i många av frågepaketen valde studien att använda samma kodningsstrategi som Franke et al. (2007), det vill säga att kategorisera varje frågepaket som *en typ av fråga*. Detta gjorde det möjligt att "/…/ analyze the question types that defined each segment rather than analyzing all possible combinations of questions that occurred within particular segments." (ibid. s. 15). Frågepaketen har kodats utifrån en hierarkisk struktur där Faktafrågor är lägst i hierarkin följt av Konceptuella Låg-Konvergenta, Konceptuella Låg-Divergenta, Konceptuella Hög-Konvergenta, Konceptuella Hög-Divergenta och Evaluerande frågor som är högst i den hierarkiska strukturen. I tabellens högra spalt ges exempel på hur ett paket kodades hierarkiskt. Det första paketet kodades till en KLK-fråga och det andra paketet till KHK-fråga. Om det endast fanns en fråga fick frågan samma kod som kategorin (se tabell 5).

Varje lektion genererade en liknande tabell som tabell 5 ovan. Listorna blev utgångspunkt i analysen eftersom de gav en överblick över vilken typ av frågor de olika lektionerna genererat. Materialet gjorde det möjligt att urskilja mönster som uppstod under en lektion men också mellan olika lektioner. Mönstren som framträdde analyserades således utifrån olika teman: *Typ av frågor* samt *Frågepaketens sekvens i relation till serierna*. Analysen visade att det fanns ett mönster i lärarnas inledande fråga och följdfråga inför varje ny uppgift de presenterade, både inom lektionen och mellan lektionerna.

3.4 Reliabilitet och generaliserbarhet

Reliabilitet är ett viktigt kännetecken för all forskning (Bryman, 2004). Videoinspelade filmer har använts för att analysera lärares frågor i relation till serier sammanlänkade uppgifter. Till skillnad från observationer och ljudinspelningar ger videoinspelade filmer möjlighet att kunna ta del av både det sagda och det visuella samtidigt, viket ger en rikare bild av vad som sker i klassrummet. Forskaren får möjlighet att titta och lyssna på samma sekvens upprepade gånger. Ljudupptagning hade också fungerat som ett alternativt verktyg. Begränsningen hade varit att forskningsmaterialet enbart hade haft tillgång till det sagda. Eftersom forskningsmaterialet redan var befintliga filmer behövde studien inte ta ställning till dessa aspekter.

Reliabilitet handlar om en studies tillförlitlighet (Bryman, 2004). Insamlandet av videoinspelade filmer, transkriberingsprocessen och analysen har presenterats så noggrant som möjligt. Studien presenterar dels olika typer av frågor som de fyra lärarna ställer, dels synliggörs de fyra lärarnas frågor och frågemönster med tabeller och citat. Detta ger läsaren möjlighet att sätta sig in i materialet, få en överblick, men också få chans att följa hur forskaren analyserat materialet. Fokus i transkriberingen har varit det sagda. För att ge läsaren, men även forskaren, möjlighet att förstå undervisningssekvensen har det i vissa fall även transkriberats vad läraren skrivit på tavlan. Eftersom allt som läraren skrivit på tavlan inte transkriberats kan betydelsefulla inslag uteblivit. I analysen har det inte tagits hänsyn till lärarens anteckningar på tavlan vilket innebär att de ofullständiga tavelanteckningarna inte bör ha stor relevans i studiens resultat. Analysen har fokuserat på lärarnas frågor och tillhörande elevsvar.

Studien har inte för avsikt att generalisera resultatet som framkommit eftersom studien har för litet underlag med enbart fyra lärare och fyra elevgrupper. Enligt Sharma (2013) får kvalitativa studiers resultat kritik främst för att resultaten inte kan generaliseras. Studiens intresse är istället att söka efter kvalitéer, i detta fall kvalitéer på frågor som lärare ställer. Sharma (2013) poängterar att kvalitativa studiers syfte handlar om att förstå fenomen. Fenomenet som undersöks i studien är lärares frågor när de arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter i matematik.

4. Resultat

För att underlätta för läsaren kommer de fyra serierna sammanlänkade uppgifterna att redovisas här nedan. En övergripande beskrivning av hur dessa serier är konstruerade redovisas först. Därefter presenteras resultaten av studien i två delar. Först identifieras och beskrivs vilka typer av frågor lärarna i empirin ställer samt vilken funktion dessa frågor fyller. Därefter redovisas frågepaketens sekvens i relation till serierna. Exempel från empirin ges i båda delarna. Excerpten som förekommer i denna del finns både på originalspråket och på svenska. Översättningen är på en allmän nivå där fokus är på innehållet snarare än att översätta ordagrant. Översättningen är gråmarkerad.

4.1 Konstruktion av serier sammanlänkade uppgifter

Serierna sammanlänkade uppgifter är vanligtvis konstruerade av tre delar, den inledande, stöttande och utmanande delen. Varje del har olika funktion[5] och tillsammans utgör de en progression. Den inledande delen inleder, precis som namnet beskriver, med två till tre uppgifter som får eleverna att komma igång med det förutbestämda innehållet. Uppgifterna som presenteras i den inledande delen är uppgifter som eleverna känner igen sedan tidigare. I den stödjande delen kan det se olika ut som i tabellen nedan, det vill säga att det kan vara en avsaknad av uppgifter (Kate och Mark), att uppgifterna skiljer sig från de inledande exemplen men att strategin är den samma (Ruth) eller samma typ av uppgifter återfinns med skillnaden att det tillkommit en ny uppgift som kräver en ny strategi. I den utmanande delen presenteras uppgifter där eleverna förväntas generalisera strategier och/eller komma på alternativa sätt att lösa uppgifterna på.

Tabell 6. Seriernas uppbyggnad samt respektive lärares serie i relation till inledande, stöttande och utmanande delen.

	Kate	Mark	Ruth	Jane
Inledande (I)	43 + 20 62 + 30	146 - 12 272 - 14	2 • 50 4 • 25	2 • 3 2 • 30
Stödjande (S)	-	-	100/2 100/4 200/4	4 • 4 4 • 40 4 • 39
Utmanande (U)	62 + 39 54 + 48	283 - 275	400/8 800/16	120/12 132/12 108/12

[5] Information om serier sammanlänkade uppgifters uppbyggnad hittas på https://numberstrings.com/2016/03/30/number-string-structure-and-design/. I denna studie har uppbyggnaden av serierna presenterats allmänt.

4.2 Typ av frågor

I följande del identifieras och beskrivs vilka typer av frågor de fyra lärarna ställer i helklassinteraktion när de arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter (forskningsfråga 1) samt vilken funktion dessa frågor fyller (forskningsfråga 2).

I tabell 7 nedan redovisas alla frågor som de fyra lärarna ställt i relation till respektive serie sammanlänkade uppgifter. Faktafrågor skrivs som (F), Konceptuella Låg-Konvergenta frågor skrivs som (KLK) respektive Konceptuella Låg-Divergenta som (KLD), Hög-Konvergenta som (KHK), samt Evaluerade frågor som (E). En rektangel markerar vilka frågor som har ställts till en och samma elev och som därför kommer att utgöra *frågepaketen*. Radbyte med ett mellanrum indikerar att ny uppgift påbörjas. Sammanfattningsvis innehöll Kates lektion innehåller fyra additionsuppgifter, Mark lektion innehåller tre subtraktionsuppgifter och Ruths och Janes lektion innehåller sju respektive åtta multiplikations/divisionsuppgifter. Gråskalan visar progressionen i serierna som förtydligar gränsen mellan de olika delarna: inledande (I), stöttande (S) och utmanande delen (U).

Tabell 7. Alla frågor som ställts av respektive lärare i relation till varje serie sammanlänkade uppgifter.

	Kate	Mark	Ruth	Jane
I	F KLK KLD F KLK F KLK KLK F KLK KLK KLK KLD KLK	F KLK F F KLK F F KLK F KLK KLK F KLK KLK F KLK F F	F KLK F KLK KHK	F F F F F KLK F
S	-	-	F KLK F KLK KLD F KLK F KLK F KHK F KLK F F	F F F F F KLK KLK KLK KLK KLK KLK F F KLK F F F F F F F
U	F KLK KLD KLK KLK KLK KHK KLK KLK KLD E F KLK F F KLD F KLD KLK KHK KLK	KLK F F F F F KLK F F F F KL F F F F F KLK E E E KHK KHK E KLK KLK KHK F F F KLK F KLK KHK F KLK KLK F KLK KLK F	KHK KHK KHK KLK F KLK F F KHK	F KLK KLK KLK KLK F F F F KHK F KLK F F F

4.2.1 Inledande frågor (F och KLK)

Det är vanligt förekommande att lärarna inleder en ny uppgift ur serien med en Faktafråga (F) eller en Konceptuell Låg- Konvergent fråga (KLK-fråga), se tabell 7 ovan.

F-frågan kännetecknas av att läraren vill ha en summa, en differens eller liknande där eleven återger inlärd fakta. I excerpt 1 finns ett exempel på en F-fråga när Ruth (*L)* frågar *Tim vad har du fått (för svar)?/Tim what did you get?* och eleven (E1) svarar *Hundraett/A hundred and one*. Det finns en variation både för varje lärare och mellan lärarna i hur de uttrycker samma typ av fråga. Ruth visar till exempel att hon formulerar om F-frågan när hon presenterar exemplet 4 • 4 till en annan F-fråga nämligen *Hur mycket kommer de få?/How much are they going to get*? F-frågan följs oftast av en KLK-fråga, se excerpt 1 nedan. Exemplen är från Ruths och Marks undervisning. Skillnaden mellan dessa två exempel är att Ruth ställer båda frågorna till samma elev medan Mark ställer KLK-frågan till en annan elev. Vanligast är att kombinationen F-KLK-frågor ställs till en och samma elev. Eleverna visar att de kan formulera sig i tal och kan beskriva stegen de använt för att komma till svaret när de besvarar en KLK-fråga. Tydligast exempel på detta hittar vi i excerpt 1 nedan ur Marks lektion, är Elev 2 förklarar.

Excerpt 1

Exempel på inledande frågor

Ruth 1:a uppgiften ur serien	Mark 1:a uppgiften ur serien
2 • 50 L: Tim what did you get? (F) E1: A hundred and one L: And how did you get that? (KLK) E1: You double fifty.	**146 – 12** L: What did you get? (F) E1: A hundred and thirty-four -------- L: Let’s talk about how we get hundred and thirty-four /…/Who want to talk about hundred and thirty-four. Maria what do you say? (KLK) E2: First I start L: Please speak loud so I can hear you! E2: I started in a hundred and forty-six and I took away a ten and that got me to hundred and thirty-six and then I took away the two and that got me to hundred and thirty-four.
L: Tim vad har du fått (för svar)? (F) E1: Hundraett. L: Hur kom du fram till svaret? (KLK) E1: Man dubblar femtio.	L: Vad har du fått (för svar)? (F) E1: Hundratrettiofyra ----------- L: Hur kan man komma fram till hundratrettiofyra /…/ Vem vill förklara, vad säger du Maria? (KLK) E2: Först började jag L: Kan du prata högre!! E2: Jag började på hundrafyrtiosex och tog bort tio och då hamnade jag på hundratrettiosex och sedan tog jag bort två till och då hamnade jag på hundratrettiofyra.

4.2.2 Konceptuella Låg-Divergenta frågor (KLD)

Konceptuella Låg-Divergent frågor (KLD) utmärker sig när lärarna ber om ett alternativt sätt att lösa uppgiften på, till exempel genom att ställa frågan *Har någon gjort på ett annat sätt?/Did someone do it in a different way?* och där eleven ger ett alternativt sätt att lösa uppgiften på. Dessa frågor uppmanar eleverna att lyssna på varandras strategier för att kunna jämföra och på så sätt komma fram till om de har använt en annan strategi som de kan dela med sig av till klassen, se exempel på detta i excerpt 2.

Excerpt 2

KLD-fråga

Kate
3:e uppgiften ur serien

62+39

E4: When I had sixty-two I added the thirty
L: So you had sixty-two (ritar en tallinje på tavlan och modellerar)
E4: and I got to ninety-two and then I had a nine and I added the nine to a hundred and one.
L: You did that nine in one jump of nine?
E4: Yeah when I got to ninety-two
L: So you did ninety-two plus nine and you just know that you got a hundred and one.
Ok. Somebody else? (KLD)

E5: I kept the thirty-nine whole.
L: So you started at thirty-nine.
E5: and I split the two with one and one.
L: Ah so you split the sixty-two and you made it sixty and one and one.
E5: and I took the one and I made a forty.
L: You took a jump of one and you make forty.
E5: and I made forty plus sixty, I know four plus six is ten so I put the forty and the sixty together and that was a hundred.
L: Wow, that's neat to do that. This is a jump of sixty (ritar på tavlan)
E5: and I remember I had the one and I took a little jump of one and that made a hundred and one.
L: This is a hundred and a little jump of one makes it one hundred and one. That is a really cool.

E4: När jag hade sextiotvå adderade jag med trettio.
L: Du hade sextiotvå (ritar en tallinje på tavlan och modellerar).
E4: och då fick jag nittiotvå och så hade jag nio som jag adderade och fick hundraett.
L: Adderade du nio som den var eller delade du upp den?
E4: Ja när jag kom till nittiotvå.
L: Du adderade nittiotvå med nio och då visste du att det var hundraett.
Någon annan? (KLD)

E5: Jag delade inte på trettionio.
L: Du startade på trettionio.
E5: jag delade upp tvåan i två ettor.
L: Du delade upp sextiotvå och fick sextio, ett och ett.
E5: jag tog ettan och la ihop det till fyrtio.
L: Du adderade med ett och fick fyrtio
E5: jag plussade fyrtio och sextio och jag vet att fyra plus sex är tio så fyrtio plus sextio är hundra tillsammans.

L: Det var bra tänkt. Här är ett sextiohopp (ritar på tavlan).
E5: och så visste jag att jag hade en etta kvar och då adderade jag det och kom fram till hundraett.
L: Här är hundra och du adderar med ett och får det till hundraett. Det var bra.

Elev 4 i excerptet ovan beskriver en strategi och genom att läraren säger *Någon annan?/ Somebody else?* ger Elev 5 ett alternativt sätt att lösa uppgiften på. Uppmärksamma att läraren i detta exempel inte ber explicit om ett alternativt sätt att lösa uppgiften på utan väljer att formulera sig på ett implicit sätt genom att säga *Någon annan*?/ *Somebody else?*

4.2.3 Konceptuella Hög-Konvergenta frågor (KHK)

Lärarna i studien ställer även Konceptuella Hög-Konvergenta frågor (KHK). Dessa frågors funktion är att få eleverna att resonera kring det matematiska innehållet, till exempel genom att eleverna får lyfta fram de argument som använts för att förklara 4 ∙ 25 (se excerpt 2 nedan). Ruth ställer frågan *Hur blev du hjälpt av det?/And how did that help you?*. Elev 2 besvarar frågan genom att resonera kring hur strategin att dubblera tjugofem var till hjälp att komma fram till svaret. Det andra exemplet i excerptet nedan är från Janes lektion. Jane jämför två strategier och vill få eleverna att diskutera hur en annan elev kommit fram till svaret genom att jämföra dessa strategier. Genom att ställa frågan: *Kan vi bygga vidare på det som sas innan. Vad får han detta ifrån?/ /…/I want you to see if you can build his thinking and skip this. Where is he getting this?* Frågan uppmanar eleven att titta efter likheter och skillnader för att argumentera och "bevisa" sitt resonemang.

Excerpt 3

Exempel på KHK-frågor

Ruth 2:a uppgiften ur serien	Jane 7:e uppgiften ur serien
4 • 25 L: Now the second problem is four times twenty-five. Give me a thumb when you have it. Four times twenty-five, what did you get? (F) E2: One hundred L: And how did you get that? (KLK) E2: Because if you do two smaller jumps of twenty-five, than it equals fifty L: And how did that help you? (KHK) E2: Well if you have two twenty-fives, and then you have four twenty-fives and two of them equal fifty. Then fifty plus fifty goes one hundred.	**108/12** L: I need you to eh…I need you... I am being a kind of difficult because I want you to see if you can build his thinking and skip this. Where is he getting this? (KHK) E6: Because we know this is ten … columns and we know we need, and we know that we have one more column here with twelve chocolates. And here is ten and there is one so you can just take ten and add one …. And you and you will get eleven.

L: Det andra exemplet är fyra gånger tjugofem Fyra gånger tjugofem, vad fick du för svar? (F) E2: Hundraett L: Hur kom du fram till svaret? (KLK) E2: Om man tar två tjugofem-hopp så är det lika mycket som femtio. L: Och hur hjälpte det dig? (KHK) E2: Om man har två tjugofemmor och sedan har man fyra tjugofemmor så vet man att två av dem är lika mycket som femtio. Så femtio plus femtio är hundra.	L: Kan vi bygga vidare på det som sas innan. Vad får han detta ifrån? (KHK) E6:Vi vet att detta är tio kolumner och vi vet att vi behöver en kolumn till med tolv chokladbitar. så här är det tio kolumner och här är det en kolumn till så då kan man addera tio och ett och då får man elva .

4.2.4 Evaluerande frågor (E)

De Evaluerande frågorna (E) utmärker sig på så sätt att eleverna får värdera eller ta ställning. E-frågor kan till exempel vara att titta på likheter eller skillnader och resonera kring *varför* två olika strategier kan ge samma svar eller varför en strategi är effektivare än en annan. Exempel på E-frågor som läraren ställer ges nedan från Marks och Kates lektioner. Mark fokuserar på skillnaden som en matematisk idé men också som en jämförelse mellan två olika strategier och vill få eleverna att resonera kring denna skillnad. Kate vill med sin E-fråga att eleverna ska motivera och värdera sitt resonemang och ställer då en annan typ av E-fråga nämligen *Varför var det till så stor hjälp?/Why did that help you so much?*, se excerpt 4.

Excerpt 4

Exempel på E-frågor

Mark 3:e uppgiften ur serien	Kate 3:e uppgiften ur serien
283 - 275 L: Now he sees the difference? Ok! You want to talk about the difference about these two strategies? Which one… what do you think about them? They both got eight? What do you think? (E) E6: They are both the same but that on the bottom (E1 förklaring) it´s more easier because you only have to jump two of them so E3 she jumped two hundred so she just like….then … L: You said it was easier, why is it easier? E6: Yeah, I´m talking about the easy ones so…	**62 + 39** L: This is one hundred and a little jump of one makes it one hundred and one. That is a really cool… That kind of reminds me of something that we did the other day that E6 just took that little “one” (menar 61+1 och ettan adderas med 39). Why did that help you so much. (E) E6: It got me to a friendly number.
L: Ser han skillnaden nu? Vem vill parata om skillnaden mellan dessa två strategier? Vad tänker ni om dessa? Båda fick svaret åtta, vad tror ni? (E) E6: Båda är samma men den där nere (Isaks E1 förklaring) är enklare för du behöver bara hoppa två steg medan Kim (E3) hon hoppade tvåhundra L: Du säger att den var enklare, varför är den enklare? E6:Ja, jag pratar om den enkla…	L: Det här är etthundra och gör man ett litet ett-hopp hamnar man på hundraett. Det är häftigt… Det påminner mig om vad vi gjorde här om dagen då E6 tog den ”ettan” (menar 61+1 och ettan adderas med 39). Varför var det till så stor hjälp? (E) E6: Jag hamnade på ett vänligt tal.

4.2.5 Sammanfattning

Sammanfattningsvis visar resultatet att lärarna i studien använder sig av olika typ av frågor, F-frågor, KLK-frågor, KLD-frågor, KHK-frågor samt E-Frågor. Resultatet visar också att lärarna inte ställer några KHD-frågor. Eftersom frågorna har olika karaktär fyller de också olika funktioner. F-frågorna visar sig vara viktiga frågor då de blir utgångspunkten i en matematisk diskussion. Vanligtvis följs F-frågan av en KLK-fråga vilket ger eleverna möjlighet att förklara och dela med sig hur de tänkt ut sina svar. KLD-frågorna däremot ger eleverna möjlighet att dela med sig av alternativa strategier, KHK-frågorna ger eleverna möjlighet att resonera, och E-frågorna ger dem möjlighet att värdera och ta ställning till olika strategier.

I denna del har *frågor* som lärarna ställt identifierats och beskrivits. Även frågornas funktion har lyfts. I nästa del beskrivs vilka *frågepaket* som förekommer i respektive serie samt hur dessa frågepaket kan kopplas till de sammanlänkade uppgifternas uppbyggnad.

4.3 Frågepaketens sekvens i relation till serierna

För att få en överblick över vilken typ av frågepaket lärarna ställt i relation till serierna sammanlänkade uppgifter presenteras tabell 8 med alla frågepaket. Frågepaketen har kodats hierarkiskt, till exempel om ett frågepaket innehåller två frågor, en F-fråga och en KLK-fråga, har frågepaketet kodats som ett KLK-frågepaket. Semikolon (;) markerar när ett frågepaket övergår till ett nytt frågepaket inom samma uppgift. Efter punkten (.) följer ett radbyte med ett mellanrum som markerar att en ny uppgift påbörjas med nya frågepaket. Gråskalan visar även i denna tabell progressionen i serierna mellan de olika delarna: inledande (I), stöttande (S) och utmanande (U). Varje lektion har fetstilta paket som markerar frågepaket med en hög kognitiv nivå. Denna del av resultatet relaterat till den tredje frågeställningen i studien:

- Hur förhåller sig frågorna i relation till uppgifterna i serien?

De fyra lektionerna kommer att presenteras nedan var för sig. Till varje lärares lektion redovisas den sekvens av frågepaket som förekom i anslutning till serien, och en analys av det mönster som går att urskilja i sekvensen redogörs.

Tabell 8. Sekvenser

	Kate	Mark	Ruth	Jane
I	KLK; KLD. KLK; KLK; KLD.	F; KLK. KLK; KLK; KLK; KLK; KLK.	KLK. **KHK**.	F; F; F; F. KLK; F.
S	-	-	KLK; KLK; KLD. KLK. **KHK**; F; KLK; F.	F; F; F; F. F; KLK; KLK; KLK; KLK; F. F; KLK; F; F; F; F.
U	KLK; KLD; **KHK**; KLK; **E**. KLK; KLD; KLD; **KHK**.	KLK; F; KLK; F; KLK; F; F; KLK; **E; E; E; E; KHK; E; KHK**; F; F; KLK; **KHK**; KLK; F; KLK.	**KHK**; KLK; **KHK**. KLK; **KHK**.	F. KLK; KLK; KLK; KLK; F; F; F; **KHK**; F. KLK; F; F; F.

4.3.1 Kates lektion

Här nedan presenteras Kates lektion. Tabell 9 redovisar vilka frågepaket Kates frågor genererat i den inledande respektive utmanande delen i serien. I den högra kolumnen sammanfattas Kates frågepaket. Därefter följer en analys av de mönster som går att urskilja i sekvensen och en koppling till serien sammanlänkade uppgifter.

Tabell 9: Frågepaket i Kates sekvens.

<table>
<tr><th></th><th>Sekvens</th><th>Kates frågepaket</th></tr>
<tr><td>I</td><td>KLK; KLD.

KLK; KLK; KLD.</td><td rowspan="3">▪ Inga Fakta-frågepaket förekommer (F).
▪ Alla uppgifter inleds med Konceptuella Låg-Konvergenta frågepaket (KLK).
▪ Konceptuella Låg-Divergenta (KLD) frågepaket förekommer på alla uppgifter.
▪ Konceptuella Hög-Konvergenta frågepaket (KHK) och Evaluerande frågepaket (E) förekommer endast på uppgifter i den utmanande delen av serien (se fetstil).</td></tr>
<tr><td>S</td><td>-</td></tr>
<tr><td>U</td><td>KLK; KLD; KHK; KLK; E.

KLK; KLD; KLD; KHK.</td></tr>
</table>

Tabellen ovan visar att det inte förekommer några F-frågepaket i Kates lektion. Däremot inleds alla uppgifter, både i den inledande och utmanande delen med ett KLK-frågepaket. I Kates lektion förekommer KLD-frågepaketen i båda delarna (inledande och stöttande). Ett vanligt förekommande frågepaket i Kates lektion är KLK-frågepaketen.

KHK-frågepaketen och E-frågepaketen förekommer endast i den utmanande delen av serien vilket visar att det finns en progression i vilken typ av frågepaket som finns i relation till seriens uppbyggnad. I den inledande delen används frågepaket inom den låga kognitiva nivån så som till exempel KLK- och KLD-frågepaket. I den utmanande delen används frågepaket dels inom den låga kognitiva nivån men kompletteras även med frågepaket inom den höga kognitiva nivån genom två KHK- frågor och en E-fråga. Detta innebär att eleverna fått möjlighet att förklara och dela med sig av olika strategier i den inledande delen, medan de i den utmanande delen även fått evaluera och resonera kring strategierna.

4.3.2 Marks lektion

Här nedan presenteras Marks lektion. Tabell 10 redovisar vilka frågepaket Marks frågor genererarat i den inledande respektive utmanande delen i serien. I den högra kolumnen sammanfattas Marks frågepaket. Därefter följer en analys av de mönster som går att urskilja i sekvensen.

Tabell 10. Frågepaketen i Marks sekvens.

	Sekvens	Marks frågepaket
I	F; KLK. KLK; KLK; KLK; KLK; KLK.	▪ Fakta-frågepaket (F) förekommer både i den inledande- och den utmanande delen. ▪ Två av tre uppgifter inleds med Konceptuella Låg-Konvergenta frågepaket (KLK). ▪ Konceptuella Hög-Konvergenta frågepaket (KHK) och Evaluerande frågepaket (E) förekommer endast på uppgifterna i den utmanande delen av serien (se fetstil).
S	-	
U	KLK; F; KLK; F; KLK; F; F; KLK; **E; E; E; E**; **KHK**; **E; KHK**; F; F; KLK; **KHK**; KLK; F; KLK.	

Tabellen visar att den inledande delen kännetecknas av KLK-frågepaket där eleverna beskrivit hur de löst exemplet de arbetat med. Den utmanande delen i Marks sekvens skiljer sig på två sätt i jämförelse med de tre övriga lektionerna, dels genom att det är många frågor som ställs, dels hur frågorna varieras. KHK-frågepaketen får eleverna att resonera kring de strategier de valt medan E-frågepaketen strävar efter att få eleverna att problematisera, ta ställning, värdera kunna jämföra och dra slutsatser. Marks E-frågor visar att han vill komma längre i den matematiska diskussionen. Ett sådant exempel följer nedan i excerpt 5:

Excerpt 5

Två stycken E-frågepaket som följer efter varandra

Mark
3:e uppgiften ur serien

283 – 275
E-frågepaket 1
L: Now he sees the difference? Ok! You want to talk about the difference about these two strategies? Which one… what do you think about them? …They both got eight? What do you think?
(E)
E6: The both are same but that on the bottom (E1 förklaring) it´s more easier because you only have to jump two of them so E3 she jumped two hundred so she just like...then…
L: You said it was easier, why is it easier? (E)
E6: Yeah, I´m talking about the easy ones so…

E-frågepaket 2
L: E8 what do you think? (syftar på which was easier) (E)
E8: E1 had just to jump 8 on his number line and E3 jumped two hundred and seventy-five, so E1 is the most easier.

E-frågepaket 1
L: Ser han skillnaden nu? Vem vill parata om skillnaden mellan dessa två strategier? Vad tänker ni om dessa? Båda fick svaret åtta, vad tror ni? (E)
E6: Båda är samma men den där nere (E1 förklaring) är enklare för du behöver bara hoppa två steg medan E3 hon hoppade tvåhundra ….
L: Du sa att det var enklare, varför var det enklare? (E)
E6: Ja, jag pratar om de enkla….

E-frågepaket 2
L: E8 vad tror du? (syftar på vilken som var enklast) (E)
E8: E1 behövde bara ta ett åttahopp på tallinjen medan E3 hoppade tvåhundrasjuttiofem, så E1-förklaring var enklast.

Sammanfattningsvis kan vi se att det finns en progression i vilken typ av frågepaket som används i relation till seriens uppbyggnad från F- och KLK-frågepaket till KHK- och E-frågepaket. Eleverna får till en början beskriva sina strategier och övergår sedan i den utmanande delen med hjälp av KHK- och E-frågepaketen till att resonera och evaluera strategierna. I den utmanande delen kan vi se hur läraren varierar frågor från de olika nivåerna.

4.3.3 Ruths lektion

Här nedan presenteras Ruths lektion. Tabell 11 redovisar vilka frågepaket Ruths frågor genererat i den inledande, stöttande respektive utmanande delen i serien. I den högra kolumnen sammanfattas Ruths frågepaket. Därefter följer en analys av de mönster som går att urskilja i sekvensen.

Tabell 11. Frågepaketen i Ruths sekvens.

<table>
<tr><th></th><th>Sekvens</th><th>Ruths frågepaket</th></tr>
<tr><td>I</td><td>KLK.

KHK.</td><td rowspan="3">▪ Fakta-frågepaket (F) är sällsynt, förekommer endast i den stöttande delen.
▪ Fyra av sju uppgifter inleds med Konceptuella Låg-Konvergenta frågepaket (KLK).
▪ Konceptuella Hög-Konvergenta frågepaket (KHK) förekommer i alla tre delarna (inledande, stöttande och utmanande delen) men är vanligast i den utmanande delen.
▪ Inga Evaluerande frågepaket (E) förekommer.</td></tr>
<tr><td>S</td><td>KLK; KLK; KLD.

KLK.

KHK; F; KLK; F.</td></tr>
<tr><td>U</td><td>**KHK**; KLK; **KHK**.

KLK; **KHK**.</td></tr>
</table>

F-frågepaketen i Ruths lektion förekommer i den sista uppgiften i den stöttande delen direkt efter ett KHK-respektive ett KLK-frågepaket. Vid närmare analys visar det sig att F-frågepaketens syfte var att sammanfatta vilket svar KHK- respektive KLK-frågepaketet hade genererat.

Drygt hälften av de inledande frågepaketen är ett KLK-frågepaket. Ruth ställer ett KLD-frågepaket och det görs i slutet på uppgift tre (stöttande delen).

Tre uppgifter inleds med ett KHK-frågepaket. KHK-frågepaket inleder de sista uppgifterna i den inledande respektive den stöttande delen, det vill säga uppgift två och uppgift fem i serien. I den utmanande delen är det dock den första uppgiften som inleds med ett KHK-frågepaket (uppgift sex). Vid närmare analys av Ruths KHK-frågepaket visar det sig att det bara är det första KHK-frågepaket där läraren ställer en fråga som har karaktären av en KHK-fråga och som besvaras som en KHK-fråga och därmed kodats som ett sådant paket, (uppgift två, se även excerpt 2). I de övriga KHK-paketen har inte frågorna karaktären av en KHK-fråga men besvaras som en KHK-fråga och därför har de kodats som KHK-frågor. Nedan ges exempel på en implicit KHK-fråga.

Excerpt 6

Implicit KHK-frågepaket

Ruth
6:e uppgiften ur serien

400/8

L: /…/What do you want to say sweety? (KHK)

E14: I was thinking of how um … there were times two … how they were both times two … and I think it is fifty because if you look at both problems everything is times two. And then because four is still …um because …um four hundred is bigger than two hundred and eight is bigger than four. I think you will end up to the same thing because eight is a bigger number than four, so you get the same answer.

L:	/…/Vad vill du säga vännen?	(KHK)
E14:	Jag tänkte … hur båda var gånger två och jag tror att det är femtio för att om du tittar på båda problemen så är båda gånger två. Och då fyrahundra är mer än tvåhundra och åtta mer än fyra så tror jag att man får samma svar.	

Sammanfattningsvis kan vi se att de flesta KHK-frågepaketen finns i den utmanande delen av lektionen. KHK-frågorna i dessa paket är implicita eftersom elevsvaren visar att eleverna resonerar när de arbetar med exemplen som finns i den utmanande delen av Ruths lektion.

Det kan konstateras att inga Evaluerande frågepaket (E) har förekommit i Ruths lektion. Även om det inte förekommer några E-frågepaket finns det en progression i vilken typ av fråga som ställs i relation till seriens uppbyggnad. Läraren varierar frågepaketen i den inledande och stöttande delen eftersom hon använder F-, KLK-, KLD- och KHK-frågepaket medan hon fokuserar på KLK- och KHK-frågepaket i den utmanande delen. KHK-frågepaketen är dessutom vanligt förekommande i de två uppgifterna som finns i den utmanande delen vilket kan tyda på en progression där eleverna får resonera mera i den utmanande delen än i föregående delar.

4.3.4 Janes lektion

Här nedan presenteras Janes lektion. Tabell 12 redovisar vilka frågepaket Janes frågor genererat i den inledande- stöttande- respektive utmanande delen i serien. I den högra kolumnen sammanfattas vilka frågepaket som är karaktäristiska i Janes lektion. Därefter följer en analys av de mönster som går att urskilja i sekvensen.

Tabell 12. Frågepaket i Janes sekvens.

	Sekvens	Janes frågepaket
I	F; F; F; F. KLK; F.	▪ Fem av åtta uppgifter inleds med Fakta-frågepaket (F) och de förekommer ofta i alla delarna: inledande, stöttande och utmanande delen. ▪ Alla Fakta-frågepaketen innehåller endast en F-fråga. ▪ Konceptuella Låg-Konvergenta frågepaket (KLK) förekommer i fem uppgifter av åtta. ▪ Endast ett Konceptuell Hög-Konvergent frågepaket (KHK) förekommer i serien. ▪ Inga Evaluerande frågepaket (E) förekommer.
S	F; F; F; F. F; KLK; KLK; KLK; KLK; F. F; KLK; F; F; F; F.	
U	F. KLK; KLK; KLK; KLK; F; F; F; **KHK**; F. KLK; F; F; F.	

Janes lektion skiljer sig från de tre övriga lektionerna beträffande vilken typ av frågepaket hon använder. Till skillnad från de övriga lektionerna förekommer KLK-frågepaketen först i den andra uppgiften. F-frågepaketen är överrepresenterade i alla tre delarna av serien (se markering i tabell 12).

Analysen av Janes F-frågepaket visar att Jane ställer KLK-frågor som kodats som F-frågor eftersom eleverna svarar på dem som om de vore F-frågor. Excerpt 7 nedan belyser just detta.

Excerpt 7

Kategoriserats och kodats som F-fråga respektive F-frågepaket

Jane
2:a uppgiften ur serien

2 • 30

L: So that´s not many choclates to take to my friend so I want to take a much bigger box. I want to take a box that's still groups of two (skriver 2 • 30 på tavlan). Maybe I give them two each. Right that's thirty rows. What´s the size of that box. What´s that box gonna look like? Who could tell me? Yes? (F)

E1: Sixty

L: Dessa chokladbitar kommer inte att räcka för alla mina vänner, jag behöver ta med mig en större chokladask. Jag behöver en chokladask som fortfarande har två grupper (skriver 2 • 30 på tavlan). Kanske ger jag dem två var. Här är de trettio raderna. Hur kommer chokladasken att se ut. Vem kan tala om det för mig?Ja? (F)

E1: Sextio

Jane inleder i excerptet ovan med en fråga av karaktären KLK-fråga men den besvaras som en F- fråga. Hon påpekar att det är produkten som eleven angett som svar men att det är *formen* på lådan som hon är intresserad av att få höra hur den kommer att se ut. Läraren ger förslag på hur lådan kan tänkas se ut för att hjälpa eleven att förstå vad hon efterfrågar. Det anmärkningsvärda i Janes lektion är att det förekommer upprepade tillfällen när läraren ställer frågor av KLK-karaktär som eleverna svarar som om det var en fråga av F-karaktär.

Även i Janes lektion föreligger en viss progression i frågorna men till skillnad från de övriga lektionerna sker progressionen från den inledande delen till den stöttande delen där frågepaketen övergår från att vara F-frågepaket till att även vara KLK-frågepaket. Genom denna progression har eleverna gått från att ge svar till att beskriva sin strategi. Den stöttande och den utmanande delen i Janes serie är ganska lika varandra. Skillnaden är att det finns ett KHK-frågepaket i den utmanande delen som skulle kunna indikera en viss progression.

4.3.5 Sammanfattning

Sammanfattningsvis kan vi se att de fyra lärarnas frågepaket följer den progression som den respektive serien har i olika grad. Janes lektion utmärker sig minst.

Exempel på frågepaketens progression i relation till serierna är att KHK-frågepaketen och E-frågepaketen utmärker sig i den utmanande delen i serierna. KHK-frågepaketen fanns i alla fyra lektionernas utmanande del medan E-paketen utmärkte sig i Kates och Marks lektion, där Mark hade ett större fokus på dessa frågor än Kate. Frågepaketens kognitiva nivå följer uppgifternas svårighetsgrad. Svårighetsgraden på serien sammanlänkade uppgifter ökar dels genom att uppgifterna blir svårare rent matematiskt, framför allt mellan de olika delarna i serien, dels att frågepaket ställer större kognitiva utmaningar så som att resonera, analysera, värdera och ta ställning.

5. Diskussion

Studiens syfte är att undersöka lärares bidrag i helklassinteraktion för att ta reda på vilka möjligheter till matematiserande som skapas av de frågor lärarna ställer när de undervisar i matematik. För att undersöka detta har fyra lärare som arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter ur läromedlet *Contexts for learning mathematics* studerats. I interaktionen är det de frågor läraren stället som studerats, men frågorna har ställts i interaktion med eleverna och påverkades därför av elevernas agerande. Studien strävar efter att besvara följande frågor:

1. Vilken typ av frågor ställer lärare i helklassinteraktion när de arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter?
2. Vilken funktion fyller dessa frågor?
3. Hur förhåller sig frågorna i relation till uppgifterna i serien?

Moyer och Milewicz (2002) menar att lärarens frågor påverkar vilken typ av kunskap eleverna kommer att konstruera och kommunicera på matematiklektionerna. Resultatet visar att frågor med låg kognitiv nivå såsom Faktafrågor (F) och Konceptuella Låg-Konvergenta frågor (KLK), är vanliga och verkar fylla en viktig funktion trots att de inte direkt leder till matematiserande. Det vi ser i resultatet är att lärarna inte stannar vid att ställa F- och KLK-frågor utan driver diskussionen vidare och fördjupar den, genom att ställa frågor inom den Konceptuella Hög-Konvergenta (KHK) och Evaluerande (E) kategorin. Studien visar följaktligen att frågor inom den låga kognitiva nivån, så som F- och KLK-frågor, kan fungera som inkörsportar som leder vidare till högre kognitiva nivåer om läraren tillvaratar elevernas svar och bygger vidare på dem. Detta är ett resultat som är intressant eftersom tidigare forskning visar att lärare har svårt med att just tillvarata elevernas respons (Franke et al., 2007) och att lärare ställer för få frågor som får eleverna att använda ett mer fördjupat matematiskt tänkande (Boaler & Brodie 2004).

En tolkning av Ellis (1993) och Shahrills (2013) slutsatser är att det är mindre bra att ställa frågor på en låg kognitiv nivå, men i den här studien fungerar frågorna som en startpunkt i den matematiska diskussionen och förefaller nödvändiga för att driva diskussionen framåt. Samtliga lärare i studien använder sig av frågor inom den låga kognitiva nivån. Även hos Mark, som är den läraren som utmärker sig vad gäller att ställa många frågor inom den höga kognitiva nivån, ser vi att diskussionen ofta tar sin utgångspunkt i en fråga på en låg kognitiv nivå. Slutsatsen som kan dras är att frågor inom den låga kognitiva nivån inte behöver vara ”sämre” frågor, men att de har ett annat syfte. För att skapa möjligheter till matematisering behöver dessa frågor kompletteras med frågor inom den höga kognitiva nivån.

De fyra lärarna använder frågor både på den låga kognitiva nivån och på den höga kognitiva nivån. Frågor inom den låga kognitiva nivån förkommer i alla fyra lektionerna, så som *Vad har du fått för svar*/*What did you get?* (F-fråga, excerpt 1 Ruths exempel) och *Hur kom du fram till svaret?/How did you get that?* (KLK-fråga, excerpt 1 Ruths exempel). Enligt tidigare forskning skulle detta kunna tolkas som traditionell/lärarcentrerad undervisning där fokus är på att reproducera och där eleverna är inaktiva (Boaler & Brodie, 2004; Shahrill, 2013). Resultatet visar dock att alla lärare ställde minst en fråga inom den höga kognitiva nivån under lektionen med serien sammanlänkade uppgifter. Tre av fyra lärare (Kate, Mark och Ruth) ställde flera frågor inom den höga kognitiva nivån så som *Och hur hjälpte det dig*?/*And how did that help you?* (KHK-fråga, excerpt 2 Ruths exempel) eller *Varför var det till så stor hjälp?/Why did that help you so much?* (E-fråga, excerpt 4 Kates exempel). Enligt forskningen kännetecknar frågor inom den höga kognitiva nivån en undervisning som är konstruktivistisk/elevcentrerad där fokus är att kommunicera och resonerar och där eleverna är aktiva (Chin, 2007; McAninch, 2015).

Intressant är att progressionen i de inledande *frågepaketen* ökar i takt med att uppgifterna i serien blir något svårare. Frågepaketen på den höga kognitiva nivån är karaktäristiska i den utmanande delen av serierna med sammanlänkade uppgifter. De Konceptuella Hög-Konvergenta frågepaketen (KHK) fanns i alla fyra lektionernas utmanande del medan de Evaluerande frågepaketen (E) utmärkte sig i Kates och Marks lektion där Mark hade ett större fokus på dessa frågor än Kate. Ni et al. (2014) framhäver, att matematikuppgifternas karaktär ger eleverna möjlighet att analysera och konstruera en mer fördjupad kunskap. Det vi kan säga om uppgifterna i den föreliggande studien är att dessa är konstruerade med en progression och vi kan se att lärarnas frågor följer denna progression. Exempel på detta är Kates serie med sammanlänkade uppgifter där de två första uppgifterna (i den inledande delen) är additionerna 43 + 20 och 62 + 30. Båda additionerna adderar den första termen med ett jämt tiotal; 20 respektive 30. De två andra additionerna (i den utmanande delen) är 62 + 39 och 54 + 48. Den första termen adderas nu med en term som inte har jämna tiotal; 39 respektive 48. Frågorna som Kate ställer i relation till uppgifterna följer progressionen. Till de två sista uppgifterna ställs frågor som är Konceptuella Hög-Konvergenta (KHK) och Evaluerande (E). I Marks serie med sammanlänkade uppgifter ser vi också en progression i matematikinnehållet eftersom de två första subtraktionerna (i den inledande delen) kan lösas genom en *ta bort*-strategi, exempelvis genom att backa 12 respektive 14 steg (146 – 12; 272 – 14), medan det behövs en annan strategi i den tredje och sista subtraktionen (283 – 275). Att backa 275 steg är inte en effektiv strategi, utan här behöver eleverna byta strategi och motivera varför de byter strategi, samt värdera strategin. Frågepaketen som är kopplade till dessa två serier visar att de Konceptuella Hög-Konvergenta (KHK) och Evaluerande (E) frågorna har ställts i den utmanande delen av dessa serier. Detsamma gäller för Ruths frågepaket i relation till serien sammanlänkade uppgifter.

Tittar vi närmare på frågepaketens progression i relation till serierna sammanlänkade uppgifter är de Konceptuella Hög-Kongruenta (KHK) och Evaluerande frågorna (E) karaktäristiska i den utmanande delen av serien i Kates, Marks och Ruths lektion. Resultatet visar exempel på elevernas matematiserande som en följd av Konceptuella Hög-Konvergenta frågor (KHK) där de får möjlighet att argumentera och resonera, dels med fokus på de matematiska idéerna och dels med fokus på likheter och skillnader i uppgifterna. Med hjälp av de Evaluerande frågorna (E) får eleverna även möjlighet att värdera sina resonemang. Exempel på detta ges i excerpt 2 (KHK) och excerpt 4 (E). I excerpt 2 när Ruth ställer frågan *Och hur hjälpte det dig?/And how did that help you?* för eleven ett resonemang om att en multiplikation med fyra kan lösas genom att först räkna ut vad två multiplicerat med något är för att sedan utnyttja att den kunskapen och på så sätt lösa uppgiften Janes fråga i samma excerpt är: *Kan vi bygga vidare på det som sas innan. Vad får han detta ifrån?//…/I want you to see if you can build his thinking and skip this. Where is he getting this?* Eleven utvecklar den föreslagna idén med ett resonemang om likheter och skillnader som kopplas till modellen de tidigare arbetat med. Båda dessa exempel på KHK-frågor visar att eleverna artikulerar en process där de använder sig av matematiska begrepp för att förklara alla steg i sitt resonemang. Detsamma syns i excerpt 4 när läraren ställer en Evaluerande fråga (E). E-frågorna är frågor som har inslag av de andra kategorierna i ramverket men kännetecknas av att de är värderande. I excerpt 4 fokuserar Mark på skillnaden, både som en matematisk idé men också som en jämförelse mellan två olika strategier, och vill få eleverna att resonera kring denna skillnad. Denna del skulle kunna kopplas till en KHK-fråga, men Mark vidgar frågan genom att fråga: *vad tror du om dessa?/what do you think about them?* Frågan får därmed karaktären av en E-fråga. Eleven jämför och värderar de två olika strategierna och kommer fram till att en av strategierna är enklare. Mark ställer en explicit E-följdfråga *Varför är den enklare?/ Why is it easier?*. Kates E-fråga däremot, *Varför var det till så stor hjälp?/Why did that help you so much?* (i excerpt 4), eftersträvar att eleven preciserar sitt resonemang vilket eleven också gör. Genom dessa två konkreta exempel på KHK- och E-frågor har eleverna givits möjlighet till att matematisera. Om eleverna har matematiserat vet vi inget om då detta inte har analyserats. Frågan är om eleverna har samma möjlighet att matematisera om de arbetar med de sammanlänkade uppgifterna enskilt utan lärarens frågor. Om undervisning byggde på att eleven arbetade på egen hand med serien sammanlänkade uppgifter eller i en lärobok skulle det finnas en viss progression då serierna är uppbyggda med en ökande svårighetsgrad på uppgifterna, men det är inte säkert att det ger en progression i elevernas matematsierande. Resultatet visar att interaktionen, framför allt i den utmanande delen av serien, bidrar till att eleverna får möjlighet att matematisera då läraren ställer frågor på en högre kognitiv nivå. Upplägget i *Contexts for learning mathematics* är att serierna sammanlänkade uppgifter ska ske i helklass med läraren som vägledare vilket ger läraren rollen att vägleda en matematisk process. Lärarens roll är därmed essentiell.

Frågor inom den höga kognitiva nivån (Konceptuella Hög-Konvergenta och Evaluerande frågor), men även Konceptuella Låg-Konvergenta frågor ställer språkliga krav på eleverna. Den typen av frågor lärarna ställt i studien, det vill säga alla typer av frågor utom F-frågorna, kräver att eleverna sätter ord på sina tankar, att de kan förklara i en kronologisk ordning (helst med ett korrekt matematiskt språk), men även att inta ett metaperspektiv genom att värdera sitt resonemang. Ett av resultaten i Hufferd-Ackles et al. (2004) studie visade att eleverna kunde komma till en högre kognitiv matematisk nivå när de hade utvecklat den språkliga aspekten inom matematiken. Detta innebär att eleverna behöver utveckla ett utökat matematiskt ordförråd samt matematikspecifika begrepp inom det givna matematikområdet. En koppling skulle kunna göras till Cobb och Yackels (1996) sociomatematiska normer. Fokus i studien är inte de sociomatematiska normerna, men det förefaller som om dessa normer kan vara till hjälp för att förstå diskussionen i Janes klassrum som skiljer sig från de tre övrigas. Analysen av Janes frågor belyser två intressanta aspekter av klassrumssamtalet, dels dess koppling till de sociomatematiska normerna och dels användningen av ett korrekt matematikspråk. Båda dessa aspekter (normer och språk) synliggörs i citatet som finns i excerpt 7 *L: Här är de trettio raderna. Hur kommer chokladasken att se ut? Vem kan tala om det för mig? Ja? E1: Sextio./ L: What´s that box gonna look like? Who could tell me? Yes? E1: Sixty*. Den ena aspekten handlar om frågan som ställs. I Janes lektion är progressionen inte lika tydlig som i de tre övriga lektionerna. Enligt analysen, hade Jane flest F-frågepaket, även om frågorna i sig inte alltid hade den karaktären så som i citatet ovan visar. Vad kan det bero på? En förklaring skulle kunna vara att eleverna i Janes klass (som är en svensk klass som inte arbetat med det matematiska innehållet ur *Contexts for learning* tidigare) är vana vid andra sociomatematiska normer så att de inte lyssnar på vad det är för typ av fråga som ställs, utan svarar som de brukar – som i citatet ovan ”*sextio*?” Janes elever ger ofta korta och fåordiga svar som kan förknippas med en F-fråga, som inte kräver någon utförlig beskrivning och förklaring. De sociomatematiska normerna i Janes klassrum skiljer sig tydligt från exempelvis Ruths klassrum. Ett exempel på detta är när Ruth i excerpt åtta frågar *Vad vill du säga vännen?/ What do you want to say sweety?* Eleverna i Ruths klass förefaller veta att de förväntas resonera matematiskt kring exemplet och tolkar därför lärarens ganska öppna och implicita frågor som en inbjudan att göra det. En annan möjlig förklaring till att Janes frågor besvaras som om de vore F-frågor är att eleverna saknar ett rikt ordförråd och matematikspecifika begrepp när de svarar på engelska.

5.1 Didaktiska implikationer och fortsatt forskning

Resultatet i denna studie indikerar att frågor på den låga kognitiva nivån är viktiga katalysatorer i den matematiska helklassinteraktionen. En klassisk Faktafråga (F) som efterfrågar ett enkelt svar så som en summa, en differens eller en kvot utgör startpunkten i diskussionen. Därefter kan Konceptuella Låg-Konvergenta (KLK) frågor ställas som uppmanar eleven att beskriva strategin som använts för att komma fram till svaret, alternativt kan en annan fråga på den låga nivån ställas som är konvergent (KLD), så som att efterfråga en alternativ strategi. Dessa tre frågetyper (F, KLK och KLD) är frågor som många lärare är vana vid att ställa. Den rådande kursplanen i matematik ställer höga och delvis nya krav på matematikundervisningen. I kommentarmaterialet skrivs matematikdiskussioner med fokus på resonemang fram (Skolverket, 2011). Detta betyder att vi i de svenska matematikklassrummen inte kan nöja oss med att ställa frågor på F- KLK och KLD-nivån. Lärarna behöver utmana eleverna att resonera, analysera, dra slutsatser och evaluera, det vill säga ställa frågor inom den höga kognitiva nivån (KHK-, KHD- och E-frågor). I enlighet med

Kinman (2010) kan resultatet indikera vikten av att lärare planerar in frågor på en högre kognitiv nivå så att dessa blir en naturlig av de sociomatematiska normerna. Eftersom lärare inte är vana vid detta, bör denna typ av frågor införas medvetet så att elevernas matematiserande främjas. Kinman (2010) skriver också att läraren behöver vara medveten om vad en förändring av frågor kan innebära för eleverna. Författaren skriver att om skiftet är att gå från Faktafrågor (F) till frågor på den Konceptuella Låg-Konvergenta nivån (KLK) måste läraren vara beredd på att eleverna kan svara *jag bara vet* eller *jag vet inte*, eftersom de inte är vana att artikulera sina strategier. Att då ta nästa steg, att förflytta sig från de låga kognitiva frågorna till de höga kognitiva frågorna, kommer också vara problematiskt eftersom eleverna inte kan förväntas veta hur de ska svara. Om läraren ändrar frågorna så att andra typer av svar efterfrågas innebär detta att de sociomatematiska normerna förändras. Läraren behöver diskutera detta med eleverna samt vägleda dem i det nya sättet som ska råda, så att eleverna får hjälp med att sätta ord på det de beskriver och förklarar. Detta kan säkert göras på många bra sätt, men två sätt som skulle kunna användas för att främja både de sociomatematiska normerna och den språkliga aspekten är att läraren dels återberättar det eleverna svarat så som läraren vill att eleverna ska svara, eller att läraren skriver upp prototypmeningar som är till stöd för eleverna när de ska bidra med något i klassrumsdiskussionen. Hur läraren än väljer att hjälpa eleverna att komma längre i sitt matematiserande, är det viktigt att tänka på att dessa förändringar tar tid. Hufferd-Ackles et al. (2004) visade att lärarna i deras studie till en början hade en mer aktiv roll när de skulle förändra frågorna eftersom de behövde visa hur de förväntade sig att elevernas skulle agera i det som var nytt för dem.

Nya tankar och funderingar som skulle vara av intresse att forska vidare på är att ta elevernas utgångspunkt i analysen, det vill säga att fokusera på det psykologiska perspektivet ur Cobb och Yackels ramverk. Det skulle vara väldigt spännande att ta reda på i vilken mån frågorna inom den höga kognitiva nivån (KHK och E) främjar elevernas matematiserande och på vilket sätt eleverna utvecklar förståelse för begrepp, procedurer och matematiska idéer genom matematiserandet. En annan intressant studie skulle kunna vara att göra en komparativ studie där materialet från *Contexts for learning mathematics* jämförs med ett annat material som använder sig av uppgifter uppbyggda på variationsteoretisk grund för att på så sätt kunna hitta både för- och nackdelar med materialet som använts i studien.

5.2 Metoddiskussion

I studien har fyra videoinspelade lektioner analyserats. Alla fyra lärarna har undervisat utifrån materialet *Contexts for learning mathematics*. Två av lektionerna (Kate och Mark) är fortbildningsmaterial, en lektion (Ruths) är en demonstrationsfilm i en blogg. Den fjärde lektionen (Jane) spelades in i ett svenskt klassrum och är inget kompetensutvecklingsmaterial. Dessa fyra videoinspelade lektioner ger bara en bild av vilka frågor som ställts i just dessa lektioner och resultat kan inte generaliseras. För att kunna generalisera detta resultat hade studien behövt analysera fler videoinspelade lektioner som har fokus på serier sammanlänkade uppgifter. Det hade varit intressant att ändra på urvalskriterierna och då följa elever i samma årskurs för att på så sätt kunna studera likheter och skillnader mellan de frågor lärarna ställer alternativt att *en* serie sammanlänkade uppgifter följs när de undervisas.

Resultatet kan diskuteras i relation till urvalet videoinspelade filmer. Hade studien kommit fram till samma resultat om fyra andra videoinspelade filmer hade valts med andra lärare och andra elevgrupper? Andra lärare kanske hade ställt andra typer av frågor och andra mönster kanske blev synliga istället. En annan elevgrupp hade troligtvis givit andra svar. De två videoinspelade filmerna som är kompetensutvecklingsmaterial är intressanta då det är just Kate och Mark som har mest fokus på de Konceptuella Hög-Konvergenta frågorna. Råkade det vara just dessa två som valdes ut till denna studie som har ett fokus på denna typ av frågor eller följer alla samma mönster? Demonstrationsfilmen som ligger på bloggen (Ruth) kan också problematiseras gällande utifrån vilka kriterier den laddades upp. Vad gäller Janes lektion är frågan ifall studien fått ett liknande resultat om samma lektion genomfördes i en annan svensk klass med andra sociomatematiska normer.

Det socialkonstruktivistiska perspektivet som valts i studien har varit till stor hjälp för att förstå hur studien ska hantera syftet och forskningsfrågorna. Vad gäller analysen av frågorna spelade det socialkonstruktivistiska perspektivet en viktig roll eftersom det finns en reflexivitet mellan det sociala och det psykologiska perspektivet. Detta gjorde att frågan inte sågs som en isolerad enhet, utan sågs i relation till svaret. Som det har nämnts ovan har fokus i denna studie inte varit de sociomatematiska normerna, men teorin har varit till hjälp att utifrån det perspektivet förklara några av resultaten.

Beträffande Cunninghams (1987) analysverktyg har det varit till hjälp att kategorisera lärarnas frågor i empirin. Det som var problematiskt var när två frågor som ställs på exakt samma sätt så som Hur tänker du?/How do you think? kunde kategoriseras på två olika sätt. Reflexiviteten som nämnts ovan om att fråga och svar betraktades som en enhet underlättade kategoriseringen. Även om de implicita frågorna var svåra att kategorisera till en början kategoriserades de till slut med hjälp av elevsvaren. Forskarens erfarenheter och kunskap kan ha påverkat hur frågorna kategoriserats vilket kan innebära att en annan forskare skulle kunna få ett annat resultat än det som denna studie kommit fram till. Det hade varit intressant att ta reda på vilket läraren hanterar elevernas elevsvar och på vilket sätt elevsvaren påverkar lärarnas frågor. Det skulle även vara intressant att ta reda på vilka frågor som var planerade att ställa, vilka som ställdes och vilka som tillkom beroende på hur eleverna uppfattat, tolkat och besvarat en fråga.

Referenslista

Bloom, B., Englehart, M., Furst, E., Will, H., & Krathwohl, D. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. *Handbook I: Cognitive domain*. New York, Toronto: Longmans, Green.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. I J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Red.), *Proc. 30th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, *1*(1), s. 126-154. Prague, Czech Republic: PME.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. I: McDougall, D.E & Ross, J. A. (Red.). *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Toronto: OISE/UT.

Bryman, A. (2004). *Social research methods.* New York: Oxford University Press.

Check, J., & Schutt, R.K. (2012). *Research methods in education*. London: SAGE.

Chin, C. (2007). Teacher questioning in science classrooms: Approaches that stimulate productive thinking. *Journal of Research in Science Teaching, 44*(6), s. 815-843.

Cobb, P. (1994). Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical. *Educational Researcher*, *23*(7), s. 13-20.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K,. & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Sciences*, *10(*1/2), s. 113-163.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the Context of developmental research. *Educational Psychologist*, *31*, s. 175-190.

Cunningham, R. T. (1987). What kind of question is that? I W. Wilen (Red.), *Questions, questioning techniques, and effective teaching* (a. 67-94). Washington DC: National Education Association.

Ellis, K. (1993). *Teacher questioning behavior and student learning: What research says to teachers*. Albuquerque, NM: Paper presented at the Annual Meeting of the Western States Communication Association.

Franke, M., Webb, N., Chan, A., Battey, D., Ing, M., Freud, D., & De, T. (2007). Eliciting student thinking in Elementary School Mathematics classrooms. National Center for Research on Evaluation, Standards, and Students Testing.

Franke, M.L, Webb, N.M., Chan, A.G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students´ mathematical thinking in elementary school. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380-392.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be useful? *Educational Studies in Mathematics, 1*(1), s. 3-8.

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics, 3*(3/4), s. 413-435.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work. Constructing multiplication and division.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Graesser, A.C., & Person N.K. (1994). Question asking during tutoring. *American Educational Research Journal. 31*(1), 104-137.

Grevemeijer, K. (2008). RME theory and mathematics teacher education. I D. Tirosh and T. Wood (Red.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education,* (s. 283–302). Rotterdam/Tapei: Sense Publisher.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classrooms discourses, and students´ learning in second grade arithmetic. *American Educational Research Journal, 30*(2), 393-425.

Hufferd-Ackles, K., Fuson, K., & Sherin, M. G. (2004). Describing levels and components of a math-talk community. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35,* s.
81-116.

Kawanaka, T., & Stigler, J. W. (1999). Teachers' Use of Questions in Eighth-Grade Mathematics Classrooms in Germany, Japan, and the United States. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(4), s. 255-278

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping Children learn Mathematics.* Washington DC: National Academic Press.

Kinman, R.L. (2010). Communication speaks. *Teaching Children Mathematics, 17*(1), 22-30.

Maxwell, J.A., (1992). Understanding and Validity in Qualitative Research. *Harvard Educational Review, 62*(3), s. 279-300.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowledge and teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-63.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. I J. Boaler: *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning,* s.19-44. Westport, CT/London: Ablex Publishing.

McAninch, M. J. (2015). *A qualitative study of secondary mathematics teachers' questioning, responses, and perceived influences*. PhD (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa.

Mishler, E. (1991). *Research interviewing: Context and narrative.* Harvard University Press, Cambridge, MA.

Moyer, P.S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5,* 293-315.

Li, Q., & Ni, Y. (2009). Dialogue in the elementary school mathematics classroom: A comparative study between expert and novice teachers. *Frontiers of Education in China*, *4*(4), 526-540.

Ni, Y., Zhou, D., Li, X., & Li, Q. (2014). Relations of Instructional Tasks to Teacher-Student Discourse in Mathematics Classrooms of Chinese Primary Schools. *Cognition and Instruction, 32*(1), 2-43.

Niss, M. & Höjgaard-Jensen, T. (2002). Kompetencer och Matematiklæring. *Uddannelse-styrelsens tema haefteserie* nr. 18 - 2002. Köpenhamn, Undervisningsministeriet.

Olteanu, L. (2016). *Framgångsrik kommunikation i matematikklassrummet*. (Doktorsavhandling, Serie No 265/2016). Linnaeus University Press. Tillgänglig: https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1045390/FULLTEXT03.pdf

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The Journal of Mathematical Behavior, 22(4)*, 405–435.

Rienecker, L., & Stray Jörgensen, P. (2014). *Att skriva en bra uppsats*. Malmö: Liber.

Scataglini-Belghitar, G., & Mason, J. (2012). Establishing Appropriate Conditions: students learning to apply a theorem. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(4), 927-953.

Schwartz, C. (2015). Developing the practice of teacher questioning through a K-2 elementary mathematics field experience. *Investigations in mathematics learning, 7*(3), 30-50.

Shahrill, M. (2013). Review of effective teacher questioning in mathematics classrooms. *International Journal of Humanities and Social Sience*, *3*(17), 224-231.

Sharma, S. (2013). Qualitative Approaches in Mathematics Education Research: Challenges and Possible Solutions. *Education Journal, 2*(2), s .50-57.

Skodras, C. (2015). *Undervisning i multiplikation genom systematiskt varierade exempel* (Magisteruppsats). Göteborg: Institutionen för didaktik och pedagogisk profession. Tillgänglig: http://hdl.handle.net/2077/42471

Skolverket. (2011). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik.* Stockholm: Fritzes förlag.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H.C. (2010). *Matematik för lärare. Didaktik.* Malmö: Gleerups.

Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1999). *Best ideas from the world´s teachers for improving education in the classroom*. NY: Simon and Schuster.

Säljö. R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm: Prisma.

Vetenskapstådet. (u.d.). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* Nerladdat 2015-02-23 från http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf:

Wimer, J. M., Ridenour, C. S., Thomas, K., & William Place, A. (2001). Higher Order Teacher Questioning of Boys and Girls in Elementary Mathematics Classrooms. *The journal of Educational Research, 95*(2), 84-92.

BILAGA 1

Databas	Sökord	Träffar	Avgränsningar	Träffar	Urval	Använt
ERIC Sökning 1	Teacher	449 902				
	AND questioning	4 746				
	AND mathematics classroom	85				
	AND elementary school	29				
	NOT attitudes	23				
	NOT secondary school	19				
	NOT wait time	18				
	NOT gender	17	Peer reviewed	10	7	2, se nedan
			Följande artiklar har använts: **Nr 1.** Li, G., & Ni, Y. (2009). Dialogue in the Elementary School Mathematics Classroom: A Comparative Study between Expert and Novice Teachers. *Frontiers of Education in China* , 4*(4)* s.526-540. **Nr 2.** Ni, Y., Zhou, D., & Li, X. (2014). Relations of Instructional Tasks to Teacher-Student Discourse in Mathematics Classrooms of Chinese Primary Schools. *Cognition and Instruction, 32*(1), 2-43.			
ERIC Sökning 2	teacher	449 902				
	AND questioning	4 746				
	AND supporting	99				
	AND mathematics classroom	7				
	AND elementary school	5	Peer rewied	5	1	1
			Följande artikel har använts: **Nr 3.** Wimer, J. M., Ridenour, C. S., Thomas, K., & William Place, A. (2001). Higher Order Teacher Questioning of Boys and Girls in ElementaryMathematics Classrooms. *The journal of Educational Research, 95*(2), 84-92.			
ERIC Sökning 3	teacher	449902				
	AND questioning	4746				
	AND mathematical thinking	40				
	AND elementary school	18				
	NOT kindergarten	16	Peer rewied	5	5	1
			Följande artikel har använts: **Nr 2.** Franke, M.L, Webb, N.M., Chan, A.G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students´ mathematical thinking in elementary school. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380-392.			
Google Sökning 4	Teacher questioning, student learning, mathematics		pdf	10	5	3
			Följande artiklar har använts: **Nr 4.** Shahrill, M. (2013). Review of effective teacher questioning in mathematics classrooms. *International Journal of Humanities and Social Sience, 3*(17), 224-231.			

			Nr 7. Moyer, P.S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 293-315. **Nr 8.** McAninch, M. J. (2015). *A qualitative study of secondary mathematics teachers' questioning, responses, and perceived influences*. PhD (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa.			
Google Scholar Sökning 5	Teacher questioning, student learning, mathematics		pdf	10	3	2
			Båda artiklarna har redan använts i tidigare sökning: **Nr 2**. Franke, M.L, Webb, N.M., Chan, A.G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students´ mathematical thinking in elementary school. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380-392. **Nr 6.** Moyer, P.S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 293-315.			